Trigonometría

Actividades







Contenido


Trigonometría
Trigonometría
Trigonometría
Trigo
Trigonometría
Unidad 1

RECUERDA

Historia de la trigonometría

Según el Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, la trigonometría es: “Estudio de las relaciones numéricas entre los elementos que forman los triángulos planos y esféricos”.

Etimológicamente, la palabra proviene del griego clásico y significa medición de triángulos. La importancia de esta rama radica, fundamentalmente, en la medición de campos, la ubicación de barcos en el mar o, más recientemente, posicionamiento por satélite, e incluso, la medición de distancias entre estrellas próximas en la astronomía.

Veamos la historia de la medición de ángulos desde los antiguos babilonios hasta los matemáticos hindúes.

BABILONIA

Hace 3500 años, los babilonios ya empleaban los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas en sus quehaceres. Los babilonios utilizaban estas razones para realizar medidas en agricultura.

La trigonometría también fue aplicada por los babilonios en los primeros estudios de astronomía para el cálculo de la posición de cuerpos celestes y la predicción de sus órbitas, en los calendarios y el cálculo del tiempo, y por supuesto en navegación para mejorar la exactitud de la posición y de las rutas.

EGIPTO

Al igual que los babilonios, los egipcios también toman conciencia del problema de la medición de ángulos. Ellos establecieron la medida de los ángulos en grados, minutos y segundos, criterio que se ha mantenido hasta nuestros días; además, utilizaron la medición de triángulos en la construcción de las pirámides.

GRECIA ANTIGUA

Los conocimientos de babilonios y de los egipcios pasaron a la Grecia clásica, donde destacó el matemático y astrónomo Hiparco de Nicea en el S. II a. C., siendo uno de los principales iniciadores de la trigonometría, considerado el padre de la trigonometría.

INDIA

Al igual que los griegos, los astrónomos de la India, representados por Aryabhata, también desarrollaron un sistema trigonométrico, pero basado en la función seno en vez de cuerdas.

Reflexiona

- *Mantener un registro diario te ayudará a aclarar tus intenciones y de ese modo mantenerte centrado en las cosas que realmente cuentan.*
- *Cuando no mantienes tu palabra, pierdes credibilidad y, al perder credibilidad, rompes los vínculos de la confianza. Y, en última instancia, romper los vínculos de la confianza lleva a una cadena de relaciones rotas.*
- *Los seres humanos que cotidianamente hacen pequeños actos de caridad son los que realizan los extraordinarios actos de amor.*

¡Razona...!

Con los números del 1 al 16, sin repetir, se forma el siguiente cuadrado mágico (la suma de los números de las filas, columnas y diagonales es la misma cantidad).
Determina el valor de (m + k)h.

a	2	c	13
m	11	10	e
k	7	6	f
j	14	h	g

A) 125

B) 240

C) 210

D) 300

E) 270



Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: ÁNGULO TRIGONOMÉTRICO Y SISTEMA DE MEDIDAS ANGULARES

1 Determina:

$$E = \frac{\frac{\pi}{3}\text{ rad} + \frac{\pi}{4}\text{ rad} + 36°}{20^g + 30^g + \frac{\pi}{5}\text{ rad} + 50^g}$$

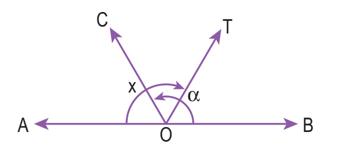
A) 41/42   B) 43/42   C) 45/42
D) 47/42   E) 49/42

2 Del gráfico, calcula x.

$4x + 20°$ $20° - 2x$

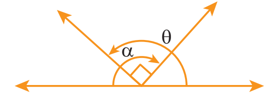
A) 10°   B) 20°   C) 30°
D) 40°   E) 50°

3 Si $\overleftrightarrow{OT}$ es bisectriz del ∠BOC; calcula x.



A) $\alpha - \pi$ B) $\alpha + \pi$ C) $2\alpha - \pi$
D) $\frac{\alpha}{2} - \pi$ E) $\frac{\alpha}{2} + \pi$

4 Del gráfico, señala lo correcto:



A) $\alpha + \theta = 180°$ B) $\alpha - \theta = 180°$
C) $\theta + \alpha = 270°$ D) $\alpha - \theta = 270°$
E) $\theta + \alpha = 0°$

5 Del gráfico, calcula x.

α   θ   x

A) $2\pi + \alpha + \theta$ B) $2\pi + \alpha - \theta$ C) $2\pi - \alpha + \theta$
D) $2\pi - \alpha - \theta$ E) $\pi + \alpha - \theta$

6 Señala verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $360° > 2\pi$

II. $1° = 60'$

III. $9° < 10^g$

A) VVV   B) VFV   C) FVF
D) FFF   E) FVV

7 Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo miden n° y $(10n)^g$. Halla el menor de ellos en radianes.

A) $\pi/10$ rad B) $\pi/5$ rad C) $\pi/20$ rad
D) $\pi/15$ rad E) $\pi/3$ rad

8 Si $(10x^2 + x + 4)^g = (9x^2 - x + 20)°$. Halla x.

A) 3/16 B) 5/16 C) –7/16
D) 164/19 E) 16/7

9 Halla la medida circular de un ángulo que cumple:

$$2C - \frac{S}{2} = 31$$

Siendo S y C lo conocido.

A) $\pi/10$ rad B) $\pi/18$ rad C) $\pi/36$ rad
D) $\pi/81$ rad E) $\pi/3$ rad

10 Siendo S y C lo conocido para un ángulo no nulo; reduce:

$$E = \frac{S^2 + C^2 + SC}{SC}$$

A) 171/32 B) 271/90 C) 271/130
D) 271/180 E) 31/30

11 Siendo S y C el número de grados sexagesimales y centesimales para la mitad de un ángulo recto. Halla el valor de: $\frac{S + 15}{C - 10}$

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{4}{3}$
D) 5 E) 6

12 Expresa el ángulo 17,72° en grados, minutos y segundos.

A) 17° 40' 12" B) 17° 43' 12" C) 17° 35' 32"
D) 17° 44' 10" E) 17° 20' 36"

13 Si n es el número de minutos sexagesimales del ángulo 50^g, calcula: $M = \frac{\sqrt[3]{10n + 30}}{4}$

A) 25 B) 13 C) 10
D) 40 E) 15

14 Calcula el error que se comete al escribir 108^g en lugar de 108°. (Da la respuesta en radianes)

A) $\frac{3\pi}{20}$ rad B) $\frac{5\pi}{41}$ rad C) $\frac{3\pi}{50}$ rad
D) $\frac{3\pi}{10}$ rad E) $\frac{2\pi}{3}$ rad

Claves

1. D	3. D	5. B	7. C	9. A	11. A	13. E
2. C	4. D	6. C	8. D	10. B	12. B	14. C



Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Determina el ángulo expresado correctamente en grados, minutos y segundos.

A) 20° 70' 30" B) 140° 37' 13^s
C) 127^g 77^m 20^s D) 20^g 60' 30"
E) 100^g 110^m 55^s

2. Relaciona según corresponda:

A) $\frac{10}{9}$ ( ) 60'

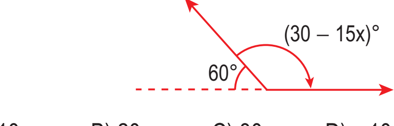
B) $\frac{\pi}{180}$ ( ) Factor de conversión de sexagesimal a centesimal.

C) n.° de segundos del ángulo C^g. ( ) Factor de conversión de sexagesimal a radial.

D) n.° de minutos del ángulo S°. ( ) $10\,000^s$

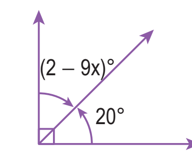
Razonamiento y demostración

3. Del gráfico, halla x.



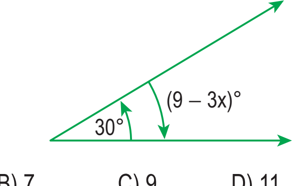
A) 10 B) 20 C) 30 D) –10 E) –20

4. Del gráfico, halla x.



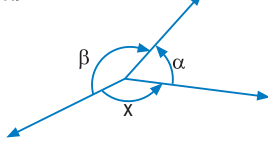
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. Del gráfico, halla x.



A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

6. Del gráfico, halla x.



A) $360° - \alpha - \beta$ B) $360° + \alpha + \beta$ C) $360° + \alpha - \beta$
D) $360° - \alpha + \beta$ E) $360° - \alpha$

7. Reduce: $M = \sqrt{\frac{C+S}{C-S} + \sqrt{\frac{C+S}{C-S} + 17}}$; siendo S y C los números convencionales.

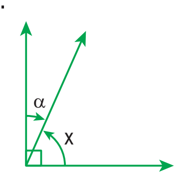
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. Calcula:

$$J = \frac{40^g}{\frac{\pi}{10}\text{ rad}}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 3/2 E) 1/2

9. Del gráfico, halla x.



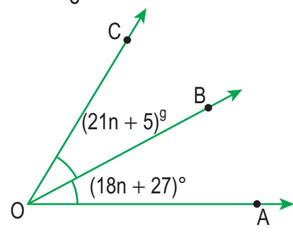
A) $90° - \alpha$ B) $90° + \alpha$ C) $-90° - \alpha$
D) $\alpha - 90°$ E) $180° - \alpha$

Resolución de problemas

10. En un triángulo rectángulo un ángulo agudo mide $\pi/10$ rad. ¿Cuál es la medida centesimal del otro ángulo agudo?

A) 40^g B) 50^g C) 60^g D) 70^g E) 80^g

11. Del gráfico, calcula $\frac{n+5}{6}$, si el rayo $\overrightarrow{OB}$ es bisectriz.



A) 8 B) 12 C) 10 D) 15 E) 5

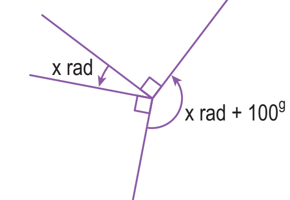
12. Si un ángulo mide $(7x + 1)°$ y también $(9x - 5)^g$. ¿Cuál es su medida en radianes?

A) $\frac{\pi}{2}$ rad B) $\frac{\pi}{3}$ rad C) $\frac{\pi}{4}$ rad
D) $\frac{\pi}{5}$ rad E) $\frac{\pi}{6}$ rad

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Analiza las siguientes expresiones y da sus valores de verdad o falsedad:



I. $x < \frac{\pi}{4}$

II. $x = \frac{\pi}{2}$

III. $8x$ rad = m∠1 vuelta

A) VFF   B) VFV   C) FFV
D) FVF   E) FFF

14. Determina cuál de las expresiones es la correcta.

A) $100° < 100^g$

B) $\frac{\pi}{4}$ rad $+ 45° + 20^g = 130^g$

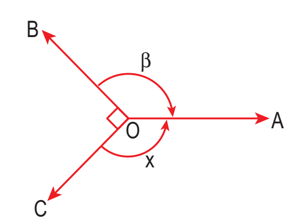
C) π rad $> 45°$

D) 3π rad $+ 180° > 900^g$

E) Ninguna

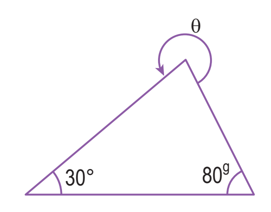
Razonamiento y demostración

15. Del gráfico, halla x.



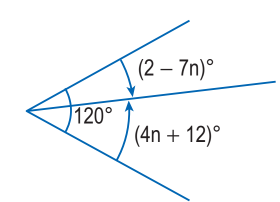
A) $360° - \beta$ B) $360° + \beta$ C) $270° - \beta$
D) $270° + \beta$ E) $180° - \beta$

16. De la figura, determina el ángulo θ.



A) 232°   B) 240°   C) 252°
D) 260°   E) 282°

17. Halla n.



A) 5   B) 10   C) 15
D) 20   E) 25

18. Convierte al sistema sexagesimal: 80^g y $\frac{3\pi}{4}$rad

A) 72° y 135°   B) 97° y 152°   C) 75° y 127°
D) 100° y 135°   E) 132° y 180°

19. Convierte al sistema centesimal: 234° y $\frac{\pi}{5}$ rad

A) 234° y 40^g B) 260^g y 40^g C) 210^g y 20^g
D) 120^g y 0^g E) 180^g y 95^g

20. Escribe correctamente los siguientes sistemas de medida angular:

$37^g\ 294^m\ 600^s$ y 43° 114' 360"

A) 35^g y 30°   B) 40^g y 45°   C) 50^g y 30°
D) 45^g y 25°   E) 20^g y 45°

21. Si: $\frac{S + C}{38} = \frac{3R^2}{\pi^2}$

Luego, el número de radianes R será:

A) $\frac{10\pi}{3}$ B) $\frac{8\pi}{3}$ C) $\frac{7\pi}{3}$

D) $\frac{4\pi}{3}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

Resolución de problemas

22. En un triángulo dos de sus ángulos miden 70^g y 50^g. ¿Cuál es la medida sexagesimal del tercer ángulo?

A) 72°   B) 62°   C) 52°
D) 36°   E) 56°

23. En un triángulo rectángulo, un ángulo agudo mide $\left(\frac{160n}{9}\right)^g$ y el otro mide $(14n)°$. ¿Cuánto vale n?

A) 1   B) 2   C) 3   D) 4   E) 5

24. Si: x°y'z" = 3°42'48" + 5°29'34".

Calcula: $E = \frac{z - y - 1}{x}$

A) 1   B) 2   C) 3   D) 4   E) 5

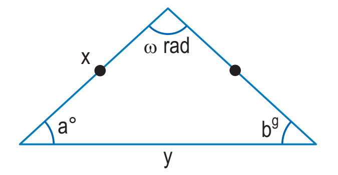
25. La suma de las medidas de dos ángulos es 40^g y su diferencia es $\frac{\pi}{30}$ rad. ¿Cuánto mide el ángulo mayor?

A) 18°   B) 20°   C) 21°
D) 32°   E) 36°

NIVEL 3

Comunicación matemática

26. Del triángulo isósceles:



Analiza las siguientes expresiones:

I. $a > b$

II. $10a = 9b$

III. $180\,\omega < \pi a$

A) FVF B) FFV C) VVV D) FVV E) FFF

27. Completa el recuadro e indica el valor:

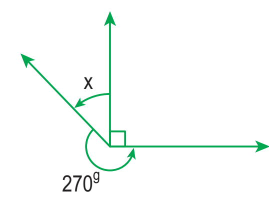
$$A = \left(\frac{3a - b + c}{\pi}\right)d$$

Sexagesimal	Centesimal	Radial
a°	40^g	d rad
171°		
b°	c^g	$\frac{3\pi}{5}$ rad

A) 30 B) 15 C) 17 D) 13 E) 24

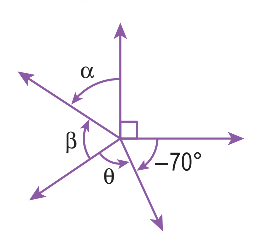
Razonamiento y demostración

28. Del gráfico, indica el valor de x.



A) 18° B) 27° C) 30° D) 35° E) 45°

29. ¿Qué relación cumplen α, β y θ?



A) $\beta - \alpha + \theta = 100°$ B) $\beta - \alpha - \theta = 200°$
C) $\alpha + \beta + \theta = 200°$ D) $\alpha - \beta + \theta = 180°$
E) $\alpha - \beta + \theta = 200°$

30. Corrige las siguientes expresiones:

I. $48{,}5^g47{,}8^m220^s$

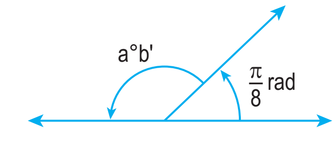
A) 30^g B) 49^g C) 60^g D) 40^g E) 10^g

II. 43,2°105,3'162''

A) 45° B) 40° C) 43° D) 41° E) 48°

Resolución de problemas

31. Del gráfico mostrado, determina $E = a + b$.



A) 135 B) 150 C) 187 D) 191 E) 197

32. Si se sabe que:

$$\frac{SR}{C} = \frac{27\pi}{20}$$

Entonces, calcula el valor de: $N = \frac{S + C}{57}$

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

33. Si el número de grados centesimales de un ángulo sumado con el cuadrado de su número de grados sexagesimales, es igual a 91. ¿Cuál es la medida circular del ángulo?

A) π rad B) $\frac{\pi}{2}$ rad C) $\frac{\pi}{6}$ rad
D) $\frac{\pi}{12}$ rad E) $\frac{\pi}{20}$ rad

34. En un triángulo isósceles, el ángulo desigual mide $\frac{\pi}{15}$ rad. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos congruentes?

A) 82° B) 84° C) 74° D) 76° E) 78°

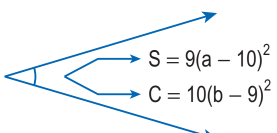
35. La medida de un ángulo en los sistemas sexagesimal (S), centesimal (C) y radial (R) verifica la ecuación:

$$2S + C - \frac{20R}{\pi} = 27$$

La medida de dicho ángulo en el sistema inglés es:

A) $\frac{\pi}{20}$ rad B) 9^g C) 9° D) 20° E) 10^g

36. Calcula el valor de: $E = \frac{a + b}{a - b}$



siendo S y C lo convencional.

A) 13 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21

Claves

NIVEL 1				
1. C	8. B	15. D	24. A	31. C
2.	9. B	16. E	25. C	32. E
3. A	10. E	17. B	NIVEL 3	33. E
4. D	11. E	18. A	26. A	34. B
5. E	12. D	19. B	27. E	35. C
6. D	NIVEL 2	20. B	28. B	36. D
7. E	13. C	21. A	29. E	
	14. C	22. A	30. B y A	
		23. C		

Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: SECTOR CIRCULAR

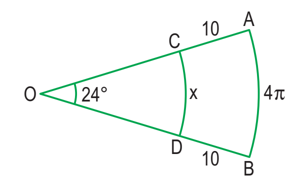
1 Calcula la longitud de un arco correspondiente a un ángulo central de 80^g en una circunferencia de diámetro 40 cm.

A) π cm B) 2π cm C) 4π cm
D) 8π cm E) 16π cm

2 En un sector circular, el radio y el arco están en proporción de 2 a 3. ¿Cuánto mide el ángulo central?

A) $\frac{1}{3}$ rad B) 3 rad C) $\frac{2}{3}$ rad
D) $\frac{3}{2}$ rad E) $\frac{1}{6}$ rad

3 Del gráfico, calcula x.

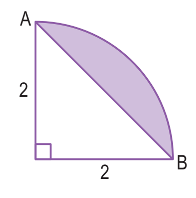


A) $\frac{4\pi}{3}$ B) $\frac{38\pi}{3}$ C) $\frac{8\pi}{3}$
D) 3π E) 6π

4 En un sector circular el ángulo central mide 60° y el radio 4 cm. ¿Cuál es el área del sector?

A) $\frac{4\pi}{3}$ cm^2 B) $\frac{8\pi}{3}$ cm^2 C) 3π cm^2
D) 6π cm^2 E) 4π cm^2

5 Del gráfico, calcula el perímetro de la región sombreada:

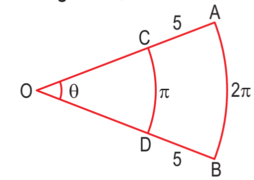


A) $\pi + \sqrt{2}$ B) $\pi + 2\sqrt{2}$ C) $\pi - \sqrt{2}$
D) $\pi - 2\sqrt{2}$ E) $\pi + 3\sqrt{2}$

6 Del gráfico, calcula el área de la región sombreada; DBC es sector circular.

A) $(2 + \frac{\pi}{2})$ cm^2 B) $(3 + \frac{\pi}{2})$ cm^2
C) $(2 + \pi)$ cm^2 D) $(3 - \frac{\pi}{2})$ cm^2
E) $(2 - \frac{\pi}{2})$ cm^2

7 Del gráfico, calcula θ.



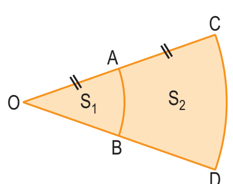
A) $\frac{\pi}{5}$ rad B) $\frac{2\pi}{5}$ rad C) $\frac{3\pi}{5}$ rad
D) $\frac{\pi}{10}$ rad E) $\frac{\pi}{20}$ rad

8 Del gráfico, halla el radio r.

O 30° r r $\frac{\pi}{6}$ m

A) 1 m B) 3 m C) 4 m
D) 2 m E) 0,5 m

9 Del gráfico, calcula x + y.

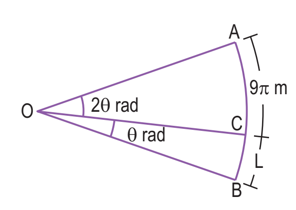


A) a B) 3a C) 5a
D) 2a E) 4a

10 En un sector circular, el arco mide 4π cm y el radio 9 cm. ¿Cuál es la medida del ángulo central?

A) 120° B) 30° C) 40°
D) 60° E) 80°

11 Del gráfico, calcula el valor de $\frac{2S_2 - 3S_1}{S_2 + S_1}$.



A) 1 B) 1,25 C) 0,75
D) 0,25 E) 0,5

12 En el gráfico, si el área del trapecio circular sombreado es igual a 8 cm^2, calcula la longitud de arco AB.

O A B C D 5 cm 2 cm

A) 0,5 cm B) 1,25 cm C) 0,25 cm
D) 0,75 cm E) 1,2 cm

13 De la figura, calcula L.

O A B C 2θ rad θ rad 9π m L

A) 4π m B) 2π m C) $4,5\pi$ m
D) $2,7\pi$ m E) $1,8\pi$ m

14 El área de un círculo es igual a 25π cm^2, calcula la longitud de arco de un sector circular, si tiene un ángulo central igual a $\frac{\pi}{5}$ rad.

A) 3π cm B) $2,5\pi$ cm C) 4π cm
D) π cm E) $0,5\pi$ cm

Claves

1. D	3. C	5. B	7. A	9. D	11. C	13. C
2. D	4. B	6. E	8. A	10. E	12. E	14. D

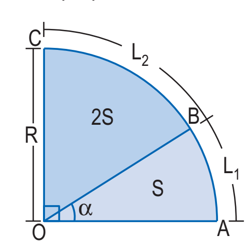


Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. De la figura, analiza las proposiciones:



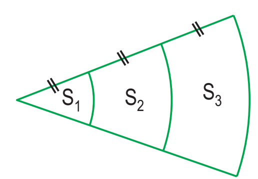
I. α es igual a $\frac{\pi}{3}$ rad.

II. Si R es igual a 2 m, S es igual a $\frac{\pi}{3}$ m^2.

III. L_1 es la mitad de L_2.

A) VFF B) FFV C) FVV
D) VVV E) VVF

2. De la figura:

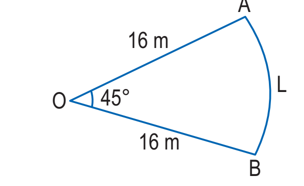


Indica la proposición verdadera:

A) La suma de S_1 y S_2 es igual a S_3.
B) S_1 es el doble de S_2.
C) La diferencia de S_3 y S_1 es igual a S_2.
D) S_3 es el doble de S_2.
E) El doble de S_1 más S_2 es igual a S_3.

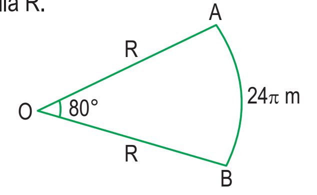
Razonamiento y demostración

3. De la figura, halla L.



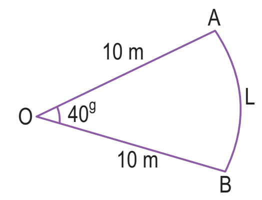
A) π m B) 2π m C) 3π m
D) 4π m E) 5π m

4. Del gráfico, halla R.



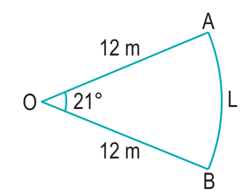
A) 50 m B) 51 m C) 52 m
D) 53 m E) 54 m

5. Del gráfico, calcula L.



A) π m B) 2π m C) 3π m
D) 4π m E) 5π m

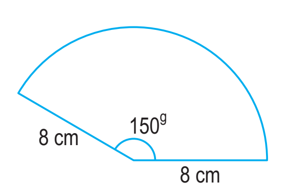
6. Calcula L sabiendo que $\pi = \frac{22}{7}$.



A) $\frac{2}{5}$ m B) $\frac{10}{3}$ m C) $\frac{3}{4}$ m

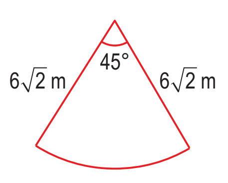
D) $\frac{22}{5}$ m E) $\frac{15}{7}$ m

7. Calcula el área del sector circular (en cm^2).



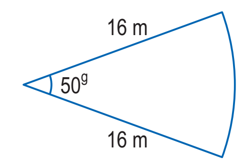
A) 24π B) 6π C) 9π
D) 12π E) 10π

8. Halla el área del sector circular (en m^2).



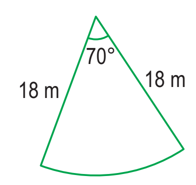
A) 9π B) 12π C) 10π
D) 6π E) 5π

9. Halla el área del sector circular:



A) 30π m^2 B) 32π m^2 C) 34π m^2
D) 36π m^2 E) 40π m^2

10. Halla el área del sector circular.



A) 55π m^2 B) 57π m^2 C) 60π m^2
D) 63π m^2 E) 70π m^2

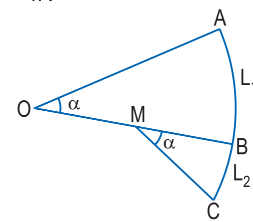
Resolución de problemas

11. En un sector circular, el ángulo central mide 70^g y el radio 40 cm. ¿Cuánto mide el arco?

A) 7π cm B) 14π cm C) 21π cm
D) 28π cm E) 35π cm

12. Halla $L_1 + L_2$, si M es punto medio de $\overline{OB}$.

$\alpha = \frac{\pi}{6}$ rad y OA = 4R



A) πR B) 2πR C) 3πR
D) 4πR E) 5πR

13. En un sector circular el ángulo central mide 62^g y el radio 1 m, ¿cuánto mide el arco?

A) π cm B) 30π cm C) 62π cm
D) 31π cm E) 54π cm

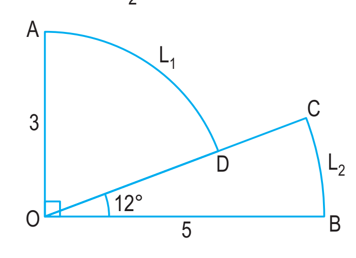
14. En un sector circular el ángulo central mide 30° y el radio mide 12 cm ¿cuánto mide el arco?

A) π cm B) 2π cm C) 3π cm D) 4π cm E) 5π cm

15. En un sector circular el arco mide 3π cm y el ángulo central mide 60^g, ¿cuánto mide el radio?

A) 30 cm B) 10 cm C) 15 cm D) 25 cm E) 20 cm

16. Del gráfico, calcula $J = \frac{L_1}{L_2}$



A) 1,8 B) 3,9 C) 2,4 D) 3,6 E) 3,8

17. En un sector circular, el arco mide 2π cm y el radio 16 cm. ¿Cuál es su área?

A) 16π cm^2 B) 32π cm^2 C) 48π cm^2
D) 8π cm^2 E) 24π cm^2

18. En un sector circular, el ángulo central mide 30° y el radio $2\sqrt{3}$ cm, ¿cuál es su área?

A) π cm^2 B) 2π cm^2 C) 3π cm^2
D) 4π cm^2 E) 5π cm^2

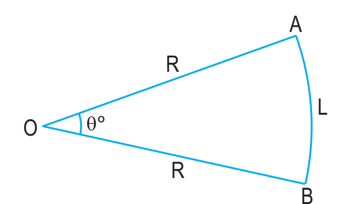
19. En un sector circular, el arco mide 2π cm y el radio 8 cm. ¿Cuál es la medida centesimal del ángulo central?

A) 45^g B) 50^g C) 40^g
D) 20^g E) 30^g

NIVEL 2

Comunicación matemática

20. De la figura:

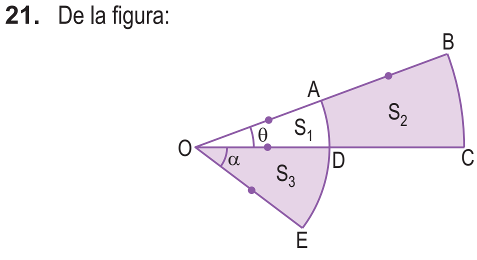


Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si el producto de R y $\frac{\pi}{3}$ es igual a L, la medida del ángulo AOB es 60°.
II. De la figura, L es igual al producto de θ por R.
III. Si el perímetro de AOB es igual a 5R, el radio es la cuarta parte de la longitud de arco AB (L).

A) FVF B) FFF C) VVF
D) FVV E) VFF

21. De la figura:



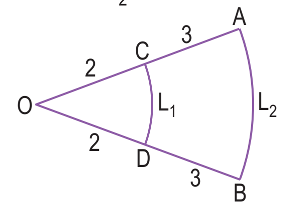
Si se cumple que: $S_2 = S_3$

¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

A) S_1 es el triple de S_3.
B) S_3 es igual a S_1.
C) α es igual al triple de θ.
D) S_1 es la mitad de S_3.
E) α es el doble de θ.

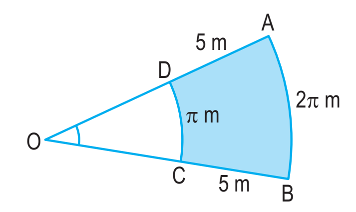
Razonamiento y demostración

22. Del gráfico, calcula $J = \dfrac{3L_1 + L_2}{L_2}$



A) 1,2 B) 1,1 C) 2,1 D) 2,2 E) 2,4

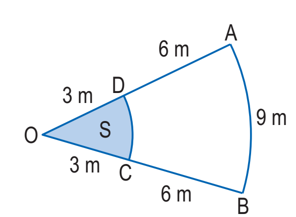
23. Del gráfico, calcula el área de la región sombreada.



A) $\dfrac{5\pi}{2}$ m^2 B) $\dfrac{9\pi}{2}$ m^2 C) $\dfrac{13\pi}{2}$ m^2

D) $\dfrac{11\pi}{2}$ m^2 E) $\dfrac{15\pi}{2}$ m^2

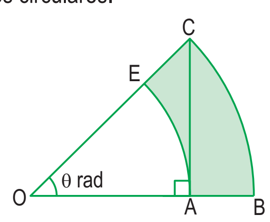
24. Calcula el área de la región sombreada.



A) 3,5 m^2 B) 4,5 m^2 C) 5,5 m^2

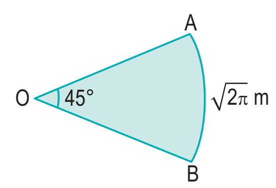
D) 6,5 m^2 E) 7,5 m^2

25. Del gráfico, halla el área sombreada, si AC = 4, además EOA y COB son sectores circulares.



A) 3θ B) 4θ C) 6θ D) 8θ E) 16θ

26. Calcula el área del sector circular.



A) 20 m^2 B) 3 m^2 C) 4 m^2 D) 5 m^2 E) 6 m^2

Resolución de problemas

27. Calcula la longitud del arco correspondiente a un ángulo central de 60° en una circunferencia de 48 m de diámetro.

A) 6π m B) 7π m C) 8π m

D) 5π m E) 10π m

28. En un sector circular el ángulo central mide 40^g y el radio $2\sqrt{5}$ cm. ¿Cuál es su área?

A) π cm^2 B) 2π cm^2 C) 3π cm^2

D) $\dfrac{\pi}{2}$ cm^2 E) 4π cm^2

29. ¿Cuál es el área de un sector circular cuyo ángulo central mide 45° y su arco correspondiente π cm?

A) π cm^2 B) 2π cm^2 C) 4π cm^2

D) $\dfrac{\pi}{4}$ cm^2 E) $\dfrac{\pi}{2}$ cm^2

30. Calcula el área de un sector circular cuyo arco mide 2π cm y el ángulo central 60°.

A) π cm^2 B) 2π cm^2 C) 3π cm^2

D) 4π cm^2 E) 6π cm^2

31. En un sector circular, el área es S. Si duplicamos el radio, el área del sector aumenta en:

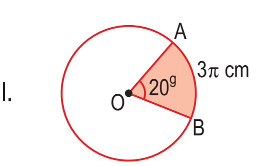
A) S B) 2S C) 3S D) 4S E) $\dfrac{S}{2}$

NIVEL 3

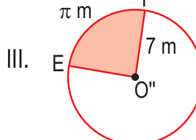
Comunicación matemática

32. Relaciona las figuras con la medida de su área sombreada:

I.



II.



III.

π m
F
7 m
E
O''

a. $\dfrac{7\pi}{2}$ m^2

b. 45π m^2

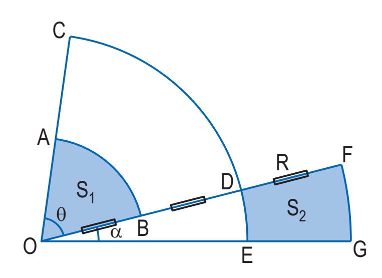
c. $\dfrac{7\pi}{2}$ cm^2

d. 45π cm^2

A) Ib, IIc, IIIa B) Ib, IId, IIIc C) Id, IIc, IIIa

D) Ia, IId, IIIb E) Id, IIc, IIIa

33. De la figura:

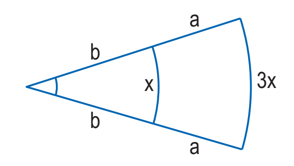


¿Qué se debe cumplir para que S_1 y S_2 sean iguales?

A) α y θ son iguales.
B) θ es el doble de α.
C) α y θ están en razón de 1 a 2.
D) α es la tercera parte de θ.
E) α es a θ como 1 es a 5.

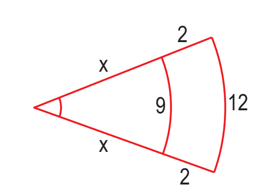
Razonamiento y demostración

34. Halla $\frac{a}{b}$, en:



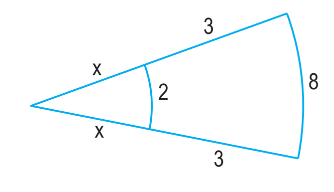
A) 2 B) 1 C) $\frac{3}{\pi}$ D) 3 E) $\frac{2}{3}$

35. Halla x.



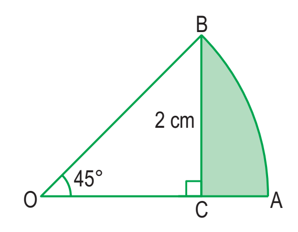
A) 5 B) 6 C) 7 D) 4,5 E) 8,2

36. Halla x.



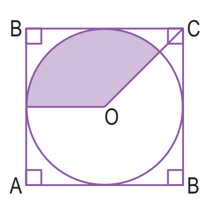
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

37. Calcula el área de la región sombreada (en cm^2).



A) $\pi - 1$ B) $\pi - 2$ C) $2\pi - 1$
D) $3\pi - 1$ E) $2\pi - 3$

38. Halla el área sombreada si el lado del cuadrado ABCD es $4\sqrt{2}$ m.



A) π m^2 B) 2π m^2 C) 3π m^2
D) 6π m^2 E) 12π m^2

Resolución de problemas

39. En un sector circular cuyo ángulo central mide 60° y su radio mide 12. ¿Cuál es su perímetro?

A) $2(6 + \pi)$ B) $3(6 + \pi)$ C) $3(4 + \pi)$
D) $4(6 + \pi)$ E) $6(4 + \pi)$

40. Se tiene un sector circular cuyo ángulo central mide 36°. ¿Cuánto hay que aumentar al ángulo central de dicho sector para que su área no varíe si su radio disminuye en un cuarto del anterior?

A) 28° B) 36° C) 32° D) 30° E) 25°

41. En un sector circular de área 12π cm^2; el arco se duplica y el radio se triplica, obteniendo un nuevo sector circular, cuya área (en cm^2) es:

A) 24π B) 36π C) 48π D) 60π E) 72π



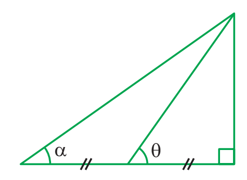
Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS



1 Del gráfico, calcula $E = \cot\theta \tan\alpha$.



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) 2
D) 3 E) 4

2 Del gráfico mostrado, calcula $\tan\alpha$.

B
4
α
A
3
C

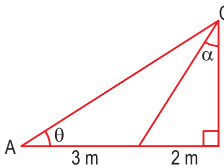
A) $\sqrt{5}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ C) $\sqrt{3}$
D) 4 E) $\sqrt{7}$

3 En un triángulo ABC (recto en C) se cumple: $\cos B - \cos A = 2\operatorname{sen} B$. Calcula $\cot A$.

A) 3 B) 2 C) 6
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

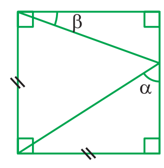


4 Del gráfico, calcula $E = \tan\theta \tan\alpha$.



A) 2 B) 5 C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

5 Si el gráfico es un cuadrado y $\cot\alpha = \frac{5}{7}$, calcula $\cot\beta$.

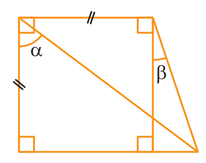


A) 3 B) 2,5 C) 4,5
D) 2 E) 3,5

6 En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se cumple: $\operatorname{sen} A = 0{,}6$. Calcula $M = \sec C + \cot A$.

A) 1 B) 3 C) 5
D) 2 E) 4

7 Del gráfico mostrado, si $\tan\beta = \frac{1}{3}$, calcula $\cot\alpha$.



A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{1}{7}$

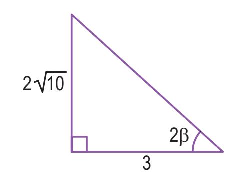
8 Si $\cos\theta = 0,5$; calcula $Q = \tan\theta + 2\operatorname{sen}\theta$.

A) $3\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$
D) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ E) $\sqrt{10}$

9 Si $\tan\beta = 0,25$
Calcula $E = \dfrac{\operatorname{sen}\beta + \cos\beta}{\csc\beta + \sec\beta}$

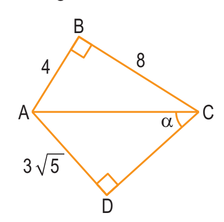
A) 4 B) 17 C) $\frac{4}{17}$
D) $\frac{2}{17}$ E) $\frac{5}{17}$

10 En el gráfico mostrado, calcula $\cot\beta$.



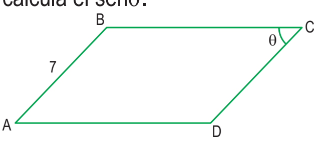
A) 2 B) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ C) $\sqrt{5}$
D) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ E) $\sqrt{10}$

11 Del gráfico mostrado, calcula el $\operatorname{sen}\alpha$.



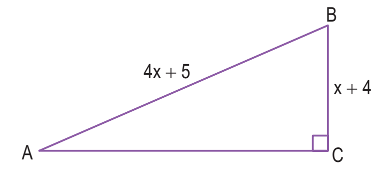
A) 1/2 B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ C) 3/2
D) 3/4 E) 1/3

12 Del paralelogramo, la distancia entre $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$ es igual a 4, calcula el $\operatorname{sen}\theta$.



A) $\frac{\sqrt{35}}{7}$ B) $\frac{\sqrt{35}}{35}$ C) $\frac{4}{7}$
D) $\frac{\sqrt{35}}{4}$ E) $\frac{7}{4}$

13 Si el $\operatorname{sen}A = \frac{12}{37}$, calcula x.



A) 5 B) 8 C) 4
D) 9 E) 6

14 En un ⊿ABC (recto en B) el $\operatorname{sen}A = \frac{8}{17}$, calcula cscC.

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{17}{8}$ C) $\frac{17}{9}$
D) $\frac{15}{17}$ E) $\frac{17}{15}$

Claves

1. A 3. D 5. E 7. C 9. C 11. D 13. B
2. B 4. C 6. B 8. B 10. B 12. C 14. E

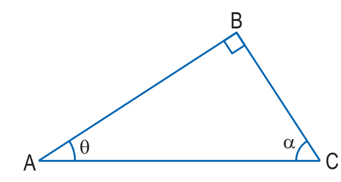
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Del ◺ABC. ¿Qué proposiciones son verdaderas?



I. Se cumple el teorema de Pitágoras.
II. Solo un ángulo es agudo.
III. $\overline{AC}$ es el menor de los lados.

A) Todas B) Solo III C) Solo I
D) II y III E) I y IV

2. Completa los enunciados según corresponda.

a. El (La) .... de un ángulo agudo es igual a su cateto opuesto sobre la hipotenusa en un triángulo rectángulo.

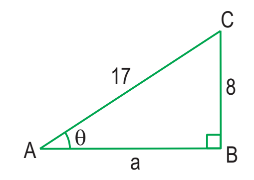
b. El (La) .... de un ángulo agudo en un triángulo rectángulo es igual al cociente de la hipotenusa entre su cateto adyacente.

c. El (La) .... es aquel lado de mayor longitud en un triángulo rectángulo.

A) coseno; seno; hipotenusa
B) seno; secante; cateto
C) seno; secante; hipotenusa
D) tangente; secante; cateto
E) cotangente; cosecante; hipotenusa

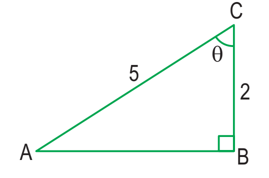
Razonamiento y demostración

3. Del ◺ABC, halla cosθ.



A) $\frac{15}{17}$ B) $\frac{8}{17}$ C) $\frac{17}{8}$
D) $\frac{15}{8}$ E) 4

4. Del ◺ABC, halla tanθ.



A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{3}{7}$
D) $\frac{\sqrt{21}}{2}$ E) $\frac{5}{\sqrt{21}}$

5. En un ◺ABC (C = 90°), calcula: $M = \text{sen}A \cdot \sec B$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) $\frac{1}{2}$

6. En un triángulo rectángulo ABC (m∠B = 90°), simplifica: $L = \text{sen}C\sec A$

A) ac B) $\frac{ac}{b^2}$ C) 1
D) 2 E) $\frac{2ac}{b^2}$

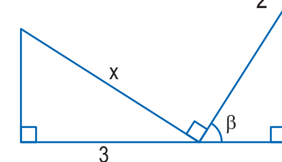
7. En un triángulo rectángulo ABC (m∠B = 90°), simplifica: $L = \sec A\sec C\text{sen}C\text{sen}A$

A) ac B) a^2b^2 C) 1
D) 2 E) $\frac{2ac}{b^2}$

8. En un triángulo rectángulo ABC (m∠B = 90°), simplifica: $L = (\csc^2A - \cot^2C)(\csc^2C - \tan^2A)$

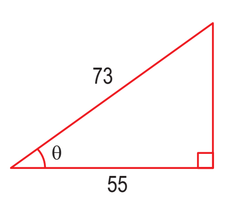
A) 1 B) 2 C) b^2 D) b E) $2b^2$

9. En la siguiente figura, halla x, si: $\text{sen}\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$



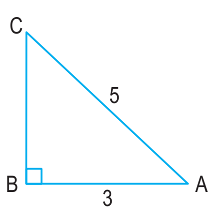
A) $\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) 3 D) 2 E) $2\sqrt{3}$

10. Del gráfico, calcula $P = \sec\theta - \tan\theta$.



A) $\frac{5}{11}$ B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{8}{9}$
D) $\frac{4}{11}$ E) $\frac{3}{11}$

11. Del gráfico, calcula: $E = \frac{12(\tan A + \cot A)}{5\sec A}$



A) 3 B) 6 C) 9
D) 12 E) 15

Resolución de problemas

12. En un triángulo, la medida de sus catetos son 2 y $\sqrt{5}$. Si la hipotenusa mide x + 1, determina x.

A) 1 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{5}-1$ D) 2 E) 3

13. En un triángulo rectángulo, la secante de uno de sus ángulos es 2,4; si la hipotenusa es igual a 12, calcula el cateto adyacente a dicho ángulo.

A) 5 B) 10 C) 13 D) 24 E) 26

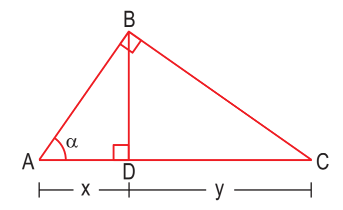
14. En un triángulo rectángulo ABC (recto en B) la longitud de la hipotenusa es el triple de la longitud de uno de los catetos. Calcula el coseno del menor de los ángulos agudos.

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

NIVEL 2

Comunicación matemática

15. En el triángulo rectángulo ABC, la razón de "x" e "y" es de 2 a 4 respectivamente, ¿qué proposición es correcta?



A) La tangente de α es $\frac{1}{2}$ B) El seno de α es $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C) El coseno de α es $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) La cotangente de α es $\frac{\sqrt{2}}{3}$

E) La secante de α es $\sqrt{3}$

16. En las siguientes proposiciones, indica el valor de veracidad.

I. En el triángulo rectángulo, si se conocen las longitudes de dos de sus lados, se puede calcular todas las razones trigonométricas de sus ángulos agudos.

II. Las razones trigonométricas de un ángulo agudo dependen del triángulo rectángulo en el que se encuentre.

III. Si los catetos de un triángulo rectángulo están en razón de 3 a 4, entonces la hipotenusa y el menor lado están en razón de 5 a 3 respectivamente.

A) VVV B) FFV C) VVF
D) FVV E) VFV

Razonamiento y demostración

17. Si $\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{3}$; con θ agudo, halla: $\tan^2\theta$

A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 3 D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{1}{8}$

18. Si $\cot\theta = \frac{2}{3}$; con θ agudo, halla: $M = \sqrt{13}\cos\theta$

A) 1 B) 2 C) 3 D) $\sqrt{13}$ E) 6

19. Si $\tan x = \frac{3}{2}$; con x agudo, halla: $E = \sqrt{13}\operatorname{sen}x$

A) 2 B) 4 C) 3 D) 5 E) 13

20. Si $\operatorname{sen}\alpha = \frac{24}{25}$; con α agudo, calcula: $R = \tan\alpha$

A) $\frac{7}{24}$ B) $\frac{12}{7}$ C) $\frac{25}{7}$ D) $\frac{7}{25}$ E) $\frac{24}{7}$

21. Si $\tan\theta = \sqrt{3}$; con θ agudo, calcula: $M = \cos\theta$

A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

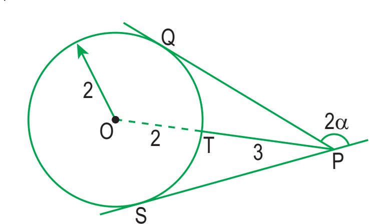
22. Si $\operatorname{sen}\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$; con α agudo, calcula: $T = \sqrt{6}\csc\alpha + 1$

A) $\sqrt{6}$ B) 3 C) $\frac{1}{3}$ D) 4 E) 7

23. Si $\tan\alpha = \frac{2}{3}$ y α agudo, calcula: $L = 4\csc 2\alpha - 3$

A) 1 B) 3 C) 13 D) 11 E) 10

24. Del gráfico, halla $\tan\alpha$.



A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{\sqrt{21}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{21}}{3}$

Resolución de problemas

25. En un triángulo rectángulo los lados menores miden 1 y $\sqrt{7}$. Calcula la cosecante del menor ángulo agudo.

A) 8 B) 4 C) $2\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) 2

26. En un triángulo rectángulo los lados mayores miden 3 y $\sqrt{5}$. Calcula el seno del menor ángulo agudo.

A) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

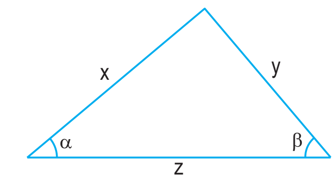
27. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 25 u, si la tangente de uno de sus ángulos agudos es 4/3, calcula la suma de los catetos de dicho triángulo.

A) 30 u B) 35 u C) 50 u
D) 20 u E) 45 u

NIVEL 3

Comunicación matemática

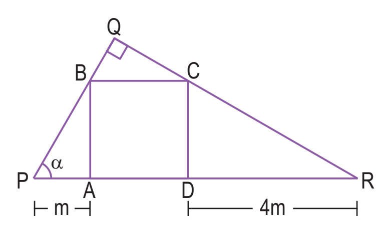
28. Si α y β son ángulos complementarios:



¿Cuál de las relaciones entre los lados es correcta?

A) $z^2 + y^2 = x^2$ B) $x + y < z$ C) $x^2 + y^2 = z^2$
D) $x - y > z$ E) $z + y = x$

29. En la figura, si ABCD es un cuadrado:



Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. El seno de α es igual $\frac{1}{2}$.

II. PA y PR están en razón de 1 a 7 respectivamente.

III. La secante de α es igual a $\sqrt{5}$.

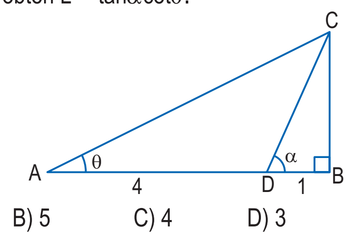
A) FVV B) VVF C) VFF D) FFV E) VVV

Razonamiento y demostración

30. Si $\cot\alpha = 0{,}75$; con α agudo.
Calcula $E = \sec\alpha - \tan\alpha$

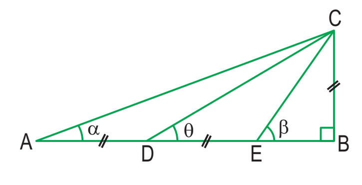
A) 3 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

31. Del gráfico, obtén $L = \tan\alpha\cot\theta$.



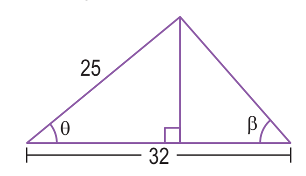
A) 1 B) 5 C) 4 D) 3 E) $\frac{1}{4}$

32. Del gráfico, calcula $L = \dfrac{\cot\alpha - \cot\beta}{\cot\theta - \cot\beta}$



A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

33. En la figura, si $\operatorname{sen}\theta = \frac{3}{5}$, calcula $\tan\beta$.



A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{25}{32}$ D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{12}{15}$

34. Si $\operatorname{sen}x = \frac{3}{5}$, (x agudo); calcula $A = \tan x + \cot x$

A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{6}{8}$ C) $\frac{25}{12}$ D) 1 E) $\frac{12}{25}$

35. Si $\tan\theta = \frac{1}{3}$, (θ agudo); calcula $B = \operatorname{sen}\theta + \cos\theta$

A) 4 B) $2\sqrt{2}$ C) $\frac{8}{3}$
D) $\sqrt{8}$ E) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

36. Siendo $\cot\theta = 2$ y θ agudo, calcula:
$L = 5\operatorname{sen}^2\theta + 4\sec^2\theta$

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

37. Siendo $\sec\beta = \sqrt{7}$ y β agudo, calcula:
$L = 6\csc^2\beta + \tan^2\beta$

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 13

Resolución de problemas

38. En un triángulo rectángulo un cateto es el doble del otro. Calcula la cosecante del mayor ángulo agudo.

A) $\sqrt{5}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 5

39. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa es el triple de un cateto. Si α es el menor ángulo agudo, calcula $L = \operatorname{sen}\alpha\tan\alpha$

A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{6}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{12}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{24}$

Claves

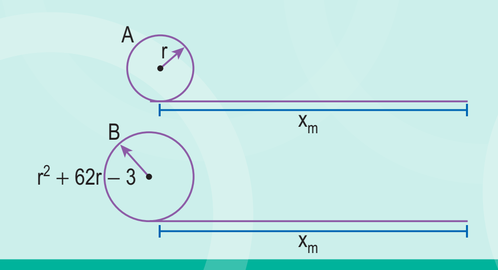
NIVEL 1	**9.** E	**17.** E	**26.** B	**34.** C
1. C	**10.** A	**18.** B	**27.** B	**35.** E
2. C	**11.** A	**19.** C	NIVEL 3	**36.** B
3. A	**12.** D	**20.** E	**28.** C	**37.** E
4. D	**13.** A	**21.** B	**29.** A	**38.** B
5. A	**14.** B	**22.** D	**30.** E	**39.** D
6. C	NIVEL 2	**23.** E	**31.** B	
7. C	**15.** E	**24.** D	**32.** B	
8. A	**16.** E	**25.** C	**33.** D	

MARATÓN Matemática

Una rueda de r metros de radio da 7,5 vueltas para recorrer un tramo de longitud x metros, otra rueda de radio $(r^2 + 62r - 3)$ metros gira 45° para recorrer el mismo tramo. Calcula r en metros.

Resolución:

Tenemos:



En A: $7,5(2\pi)\, r = x_m$ ...(1)

En B: $(r^2 + 62r - 3)\left(\frac{\pi}{4}\right) = x_m$ ...(2)

Igualamos (1) y (2):

$15\pi r = (r^2 + 62r - 3)\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$60r = r^2 + 62r - 3 \Rightarrow r^2 + 2r - 3 = 0$

r +3

r –1

$\Rightarrow r = -3 \wedge r = 1$

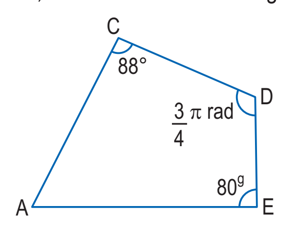
$\therefore\ r = 1$ m

1. Simplifica la siguiente expresión:

$$K = \frac{1° + 2° + 3° + ... + n°}{1^g + 2^g + 3^g + ... + n^g}$$

A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{10}{9}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{9}{10}$ E) $\frac{5}{6}$

2. Del siguiente gráfico, calcula la medida del ángulo A en radianes.



A) $\frac{7\pi}{4}$ rad B) $\frac{7\pi}{13}$ rad C) $\frac{2\pi}{9}$ rad

D) $\frac{13\pi}{36}$ rad E) $\frac{\pi}{4}$ rad

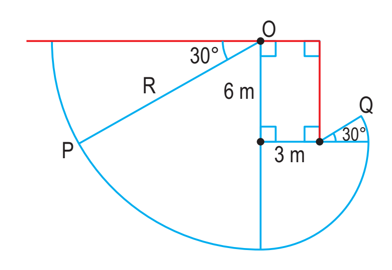
3. Del gráfico, calcula el valor de α si:

$\ell_{\overset{\frown}{MN}} = 4\pi$ y $\ell_{\overset{\frown}{MON}} = 8\pi$

A) $\frac{2\pi}{3}$ B) $\frac{4\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{4}$

D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{2\pi}{5}$

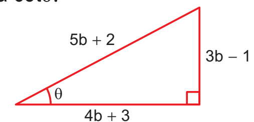
4. Calcula la longitud OP del péndulo mostrado, si su extremo P recorre una longitud de arco igual a $4,5\pi$ hasta llegar a Q.



A) 12 m B) 10 m C) 9 m

D) 25 m E) 18 m

5. Del gráfico calcula $\cot\theta$.



A) $\frac{20}{7}$ B) $\frac{11}{3}$ C) $\frac{13}{8}$

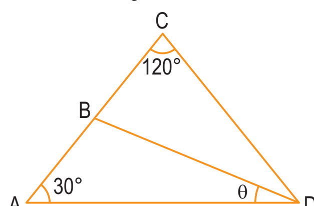
D) $\frac{15}{8}$ E) 2

6. Si el perímetro de un triángulo rectángulo MNP recto en P es 60 m y $\tan M = \frac{5}{12}$. Calcula la longitud de la hipotenusa.

A) 15 m B) 26 m C) 30 m

D) 42 m E) 18 m

7. Si AB = BC, calcula: $M = \frac{\sqrt{3}}{3}(\cot\theta)$



A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) 1

D) 3 E) $2\sqrt{3}$

8. Si $\tan\theta = \frac{15}{8}$, calcula: $R = (\text{sen}\theta + 1)\sec\theta$

A) 4 B) 1 C) 2

D) 3 E) 6

9. Si 1,11° = S° A' N"

Calcula: P = S + A + N

A) 44 B) 48 C) 36

D) 43 E) 55


Trigonometría
Trigonometría
Trigonometría
Trigonometría
Trigonometría
Trigonometría
Unidad 2

RECUERDA

HISTORIA DE LA TRIGONOMETRÍA

Hiparco construyó las tablas de cuerdas ($cord(\theta) = 2sen(\theta/2)$ con nuestro moderno lenguaje trigonométrico) para la resolución de triángulos planos, que fueron las precursoras de las tablas de las funciones trigonométricas de la actualidad. En ellas iba relacionando las medidas angulares con las lineales. Para confeccionar dichas tablas fue recorriendo una circunferencia de radio r desde los 0° hasta los 180° e iba apuntando en la tabla la longitud de la cuerda delimitada por los lados del ángulo central y la circunferencia a la que corta.

No se sabe con certeza el valor que usó Hiparco para el radio r de esa circunferencia, pero sí se conoce que 300 años más tarde el astrónomo alejandrino Claudio Ptolomeo utilizó $r = 60$, ya que los griegos adoptaron el sistema numérico sexagesimal de los babilonios. Ptolomeo incorporó también en su gran libro de astronomía *Almagesto* una tabla de cuerdas con un error menor que 1/3,600 de unidad. Junto a ella explicaba su método para compilarla, y a lo largo del libro daba bastantes ejemplos de cómo utilizar la tabla para calcular los elementos desconocidos de un triángulo a partir de los conocidos.

Además de eso Ptolomeo enunció el llamado Teorema de Menelao, utilizado para resolver triángulos esféricos, y aplicó sus teorías trigonométricas en la construcción de astrolabios y relojes de sol. La trigonometría de Ptolomeo se empleó durante muchos siglos como introducción básica para los astrónomos.

Reflexiona

- *El gran secreto para triunfar es el esfuerzo que garantiza obtener lo que deseamos. Las personas de éxito viven en un esfuerzo constante por lograr sus metas.*
- *Los líderes de éxito se hacen en mares tormentosos, con tempestades en contra; en la dificultad es donde se forjan los seres superiores; jamás tendrán las circunstancias adecuadas, pero harán de las circunstancias las adecuadas.*
- *El que es dueño de sí cuando está solo, lo llega a ser sin tardanza ante otros.*

¡Razona...!

Carlos tomó 2 pastillas y media del tipo A cada 3 horas, y una y media del tipo B cada 2 horas, hasta que el número de pastillas tomadas fue 688. ¿Cuántos días duró el tratamiento?

A) 18 días B) 16 días C) 15 días
D) 14 días E) 9 días

Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

1 Halla x en:
$\tan 4x \cot 80° = 1$

A) 10° B) 40° C) 30°
D) 20° E) 50°

2 Resuelve:
$\text{sen}(220 - 6x)° = \cos(30 - 10x)°$

A) 10 B) 8 C) 20
D) 15 E) 14

3 Resuelve:
$M = (3\text{sen}50° + 2\cos 40°)\csc 50°$

A) 3 B) 6 C) 5
D) 8 E) 4

4 Calcula x/2 si:
$\text{sen}(x - 15°)\csc(17° - x) = 1$

A) 8° B) 16° C) 7°
D) 17° E) 19°

5 Calcula a + b, si:
$\sec(a + b) = \csc 25°$
$\tan(a - b)\cot 15° = 1$

A) 85° B) 55° C) 95°
D) 75° E) 65°

6 Calcula m si:
$\tan(2m - 10°)\tan 32° = 1$

A) 33° B) 24° C) 35°
D) 16° E) 34°

7 Indica las proposiciones correctas:

I. $\text{sen}40° = \cos 40°$
II. $\tan 20° = \cot 70°$
III. $\sec 50° = \csc 60°$

A) Solo I
B) Solo II
C) I y III
D) I y II
E) II y III

8 Calcula:

$P = (5\tan 35° + \cot 55°)(3\tan 55° - 2\cot 35°)$

A) 4
B) 5
C) 2
D) 7
E) 6

9 Calcula x si:

$\tan(3x - 12°)\cot(x + 24°) = 1$

A) 18°
B) 16°
C) 15°
D) 19°
E) 20°

10 Indica las proposiciones incorrectas:

I. $\text{sen}35°\csc 35° = 1$
II. $\sec 15°\cos 75° = 1$
III. $\tan 10°\cot 80° = 1$

A) Solo I
B) I y III
C) Solo II
D) II y III
E) I y II

11 Calcula x si:

$\tan\left(5x - \frac{\pi}{5}\right)\cot\left(\frac{\pi}{10} - x\right) = 1$

A) 7°
B) 10°
C) 9°
D) 13°
E) 15°

12 Calcula $E.\cos 33°$

Si: $E = 3\text{sen}33°\csc 57° - \cos 57°\sec 33°$

A) $2\cot 57°$
B) $3\csc 57°$
C) $2\text{sen}33°$
D) $2\csc 33°$
E) $\sec 57°$

13 Calcula x si:

$\text{sen}(3x - 18°)\tan(60° + b) = \cot(30° - b)\cos(36° - x)$

A) 15°
B) 36°
C) 18°
D) 30°
E) 72°

14 Calcula $\cos\alpha$ si:

$5\cot 55° = 13\text{sen}(90° - \alpha)\tan 35°$

A) $\frac{13}{12}$
B) $\frac{12}{13}$
C) $\frac{5}{12}$
D) $\frac{12}{5}$
E) $\frac{5}{13}$

Claves

1. D	3. C	5. E	7. B	9. A	11. C	13. B
2. A	4. A	6. E	8. E	10. D	12. C	14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa las proposiciones adecuadamente.

I. El seno y .... de un ángulo son recíprocas ya que su producto es la unidad.

II. La .... de un ángulo es igual a la secante de su complemento.

III. El producto de la tangente y .... de un ángulo es 1.

A) csc; cos; tan B) cos; csc; cot C) csc; csc; cot
D) sen; cos; cos E) csc; tan; cot

2. Indica la(s) proposición(es) falsa(s).

I. Es falso que para un ángulo el producto de su seno y secante es la unidad.

II. No es verdad que el producto de tangentes de dos ángulos complementarios es igual a la unidad.

III. La razón de la tangente de un ángulo y la cotangente de su complemento es la unidad.

A) I y II B) Solo III C) I y III
D) Solo II E) Ninguna

Razonamiento y demostración

3. Calcula x, si:

$\sec(2x - 10°) = \csc 32°$

A) 22° B) 20° C) 34°
D) 20° E) 24°

4. Calcula x, si:

$\tan(x + 20°)\cot 80° = 1$

A) 10° B) 40° C) 80°
D) 20° E) 60°

5. Simplifica:

$$E = \frac{\text{sen}40° + \cos 50°}{\text{sen}40°}$$

A) 2 B) 1 C) 5 D) 3 E) 0

6. Si sen3x = cosx, halla x en radianes.

A) $\frac{\pi}{4}$ rad B) $\frac{\pi}{2}$ rad C) $\frac{\pi}{8}$ rad
D) $\frac{\pi}{16}$ rad E) $\frac{\pi}{32}$ rad

7. Si:

$\tan 4x \cot 8y = 1$

Calcula: $\frac{x}{y}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. Calcula el valor de **a** en el sistema radial, $(3a < 90°)$

$\cos(10° + a) = \text{sen}3a$

A) $\frac{\pi}{10}$ rad B) $\frac{\pi}{9}$ rad C) $\frac{2\pi}{9}$ rad
D) $\frac{\pi}{6}$ rad E) $\frac{\pi}{4}$ rad

9. Calcula $\frac{a+b}{5}$ si:

$$\frac{\tan\left(\frac{4\pi}{9} - a\right)}{\cot\left(\frac{\pi}{3} - b\right)} = 1$$

A) $\frac{\pi}{3}$ rad B) $\frac{3\pi}{19}$ rad C) $\frac{\pi}{9}$ rad
D) $\frac{\pi}{18}$ rad E) $\frac{5\pi}{18}$ rad

10. Calcula α (α es agudo).

$\csc 24° \cos\alpha = 1$

A) 34° B) 17° C) 46°
D) 66° E) 33°

Resolución de problemas

11. El producto de la tangente de β y la tangente de 19° es igual a la unidad. Calcula el doble del valor de β. (β es agudo).

A) 71° B) 130° C) 142°
D) 100° E) 90°

12. ¿Cuánto se le debe agregar al producto del seno de un ángulo agudo por su cosecante para que sea igual a 4 veces la unidad?

A) 1 B) 2 C) 5
D) –1 E) 3

13. Al dividir la tangente de 46° entre la cotangente de 4α se obtiene la unidad. Calcula el valor de 6α (4α es agudo).

A) 69° B) 23° C) 46°
D) 36° E) 66°

NIVEL 2

Comunicación matemática

14. Indica lo incorrecto para α y β complementarios. $(\alpha \neq \beta)$

A) senα y secβ son recíprocas.

B) secβ y cscα son iguales.

C) tanβ y tanα son iguales.

D) $\frac{\csc\beta}{\sec\alpha}$ es igual a 1.

E) A y B

15. ¿Cuál de las expresiones es la incorrecta? ($\alpha; \beta; \omega; \phi \neq 45°$)

A) $\dfrac{\text{sen}\alpha}{\cos(90° - \alpha)} = 1$

B) $\text{sen}\alpha\csc\alpha = 1$

C) $\sec\beta\cos\beta = 1$

D) $\tan\omega\cot\omega = 1$

E) $\tan\phi\cot\left(\dfrac{\pi}{2} - \phi\right) = 1$

Razonamiento y demostración

16. Halla x, si: $\tan5x\cot(x + 12°) = 1$

A) 1° B) 2° C) 3°
D) 4° E) 5°

17. Halla x, si: $\text{sen}3x\csc(x + 40°) = 1$

A) 10° B) 20° C) 30°
D) 40° E) 5°

18. Halla x, si: $\cos2x\sec70° = 1$

A) 15° B) 25° C) 35°
D) 10° E) 20°

19. Halla x, si: $\tan3x\cot(12° - x) = 1$

A) 1° B) 2° C) 3°
D) 4° E) 6°

20. Halla x, si: $\text{sen}2x\csc(42° - x) = 1$

A) 12° B) 13° C) 14°
D) 15° E) 16°

21. Halla x, si: $\tan3x = \cot(x + 10°)$

A) 10° B) 20° C) 15°
D) 25° E) 30°

22. Halla x, si: $\sec2x = \csc(x + 12°)$

A) 16° B) 20° C) 24°
D) 26° E) 32°

23. Halla x, si: $\tan4x\tan x = 1$

A) 16° B) 17° C) 18°
D) 20° E) 24°

24. Halla x, si: $\tan5x\cot(x + 20°) = 1$

A) 5° B) 10° C) 15°
D) 20° E) 25°

25. Halla x, si: $\tan3x\cot(x + 10°) = 1$

A) 5° B) 10° C) 15°
D) 20° E) 25°

Resolución de problemas

26. La suma de los ángulos agudos (a + c) y (b – c) es igual a $\pi/2$ rad. Calcula el doble de la razón entre la tangente del ángulo a y la cotangente del ángulo b.

A) 2 B) $\dfrac{1}{2}$ C) 1/3
D) $\dfrac{3}{2}$ E) 1

27. Si la suma de dos ángulos agudos 3α y 2β es igual a 125°. Además se cumple que el producto del $\cos\beta$ y $\sec\alpha$ es la unidad calcula la suma de α y β.

A) 75° B) 25° C) 100°
D) 125° E) 50°

28. Si el producto del seno de $(3x - 11)°$ y sec28° es igual a la unidad, calcula la tercera parte del cociente del seno de $(2x + 10)°$ entre el coseno de $(x + 17)°$. $(3x < 90°)$.

A) $\dfrac{2}{3}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) 3
D) 0 E) 1

NIVEL 3

Comunicación matemática

29. Indica que proposiciones son falsas.

I. El sen29° y sec61° son recíprocas.

II. La razón de la $\tan\left(\dfrac{116}{3}\right)°$ y $\tan\left(\dfrac{154}{3}\right)°$ es la unidad.

III. El inverso multiplicativo de la csc 57° es el cos33°.

A) Solo I B) II y III C) I y II
D) Solo II E) Todas

30. Marca la expresión verdadera ($\alpha; \beta; \omega$; 2x, ángulos agudos)

A) $\text{sen}\alpha - \cos\theta = 0 \Rightarrow \alpha = \theta$

B) $\dfrac{\tan\alpha - \cot\beta}{\cot\omega} = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = 90°$

C) $\sec(2x - 18)\text{sen}30° = 1 \Rightarrow x = 39°$

D) $\tan(3x + 15)\tan 72° = 1 \Rightarrow x = 5°$

E) B y C

Razonamiento y demostración

31. Halla $(a + b)$, si:
$\text{sen}20° = \cos a$
$\tan 40° = \cot b$

A) 100° B) 110° C) 120°
D) 130° E) 135°

32. Halla $(a + b)$, si:
$\cos 75° = \text{sen}\,a$
$\cot 89° = \tan b$

A) 24° B) 23° C) 27°
D) 16° E) 18°

33. Halla $(x + y)$, si:
$\text{sen}80° = \cos x$
$\sec 78° = \csc y$

A) 23° B) 22° C) 24°
D) 26° E) 25°

34. Calcula:

$$M = \frac{\text{sen}17° \csc 17° + \tan 27° \cot 27°}{\cos 54° \sec 54°}$$

A) 1 B) 4 C) 6
D) $\frac{1}{2}$ E) 2

35. Calcula:

$$M = \left(\frac{\text{sen}80°}{\cos 10°} + \frac{\tan 40°}{\cot 50°}\right)^{1 + \text{sen}30° \csc 30°}$$

A) 8 B) 4 C) 2
D) 16 E) 64

36. Calcula x (agudo).
$\tan(8x - 8°) = \cot(x + 8°)$

A) 8° B) 12° C) 15°
D) 16° E) 10°

37. Calcula:
$E = (3\text{sen}36° + 4\cos 54°)\csc 36°$

A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

Resolución de problemas

38. Sea los ángulos agudos α; β y ϕ, ¿cuál es el valor de la $\cot\phi$ para que los ángulos α y β sean complementarios? Se cumple que el producto de tangentes de los 3 ángulos es igual a 3/7.

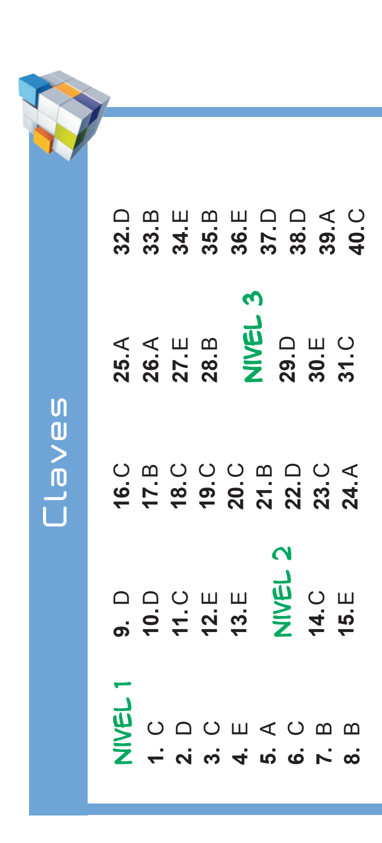
A) 3/2 B) $\frac{10}{7}$ C) $\frac{7}{2}$
D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

39. Sean β y θ ángulos complementarios, calcula la suma de cuadrados de la $\tan\beta$ y la $\cot\theta$ entre su producto.

A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) 1
D) 3 E) $\frac{1}{3}$

40. Si la suma de 2 números (a y b) es igual a π y su producto es igual a 2 calcula la razón entre la cosecante de 1/a rad y la secante de 1/b rad.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1
D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{2}{\pi}$

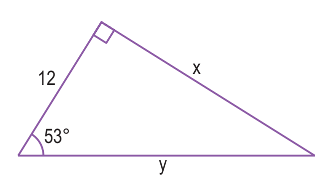





Aplicamos lo aprendido

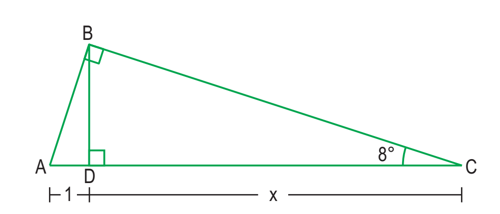
TEMA 2: RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES

1 Calcula x + y.



A) 20 B) 36 C) 42
D) 35 E) 21

2 Halla x + 1.



A) 49 B) 22 C) 50
D) 48 E) 8

3 Calcula:

$y = \sqrt[3]{19 + 4\sqrt{3}\csc 60°}$

A) 3 B) 2 C) 4
D) 5 E) 6

4 Calcula:

$P = 32[\cos 30° \text{sen} 45°]^2$

A) 12 B) 9 C) 18
D) 60 E) 64

5 Calcula:

$E = (\sec 45° \sqrt{2} + 1)^{\sec 60°}$

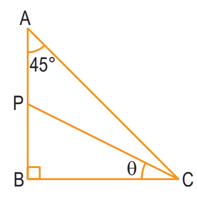
A) 1 B) 4 C) 16
D) 3 E) 9

6 Halla el valor de:

$F = 5\text{sen}74° + \sqrt{2}\cos 82°$

A) 8 B) 6 C) 10
D) 5 E) 1

7 Calcula θ, si P es punto medio de $\overline{AB}$.



A) 16° B) 37°/2 C) 53°/2
D) 8° E) 30°

8 Calcula $\tan(x + 30°)$, si se cumple:
$\tan(2x + 5°) = \cot(3x + 10°)$
($3x + 10°$ es agudo)

A) 3/5 B) 4/3 C) 3/4
D) 1 E) 1/2

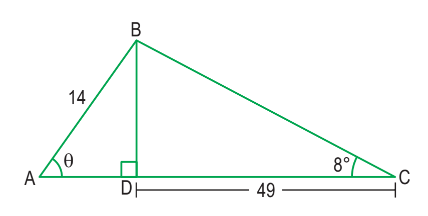
9 Calcula θ si es agudo, además:
$\operatorname{sen}\theta = \tan 53°/2$

A) 30° B) 60° C) 45°
D) 74° E) 8°

10 Calcula $\tan x$ si se cumple:
$\operatorname{sen}3x\csc 48° = 1$
(3x agudo)

A) 1/2 B) 24/25 C) 7/24
D) 1/7 E) 4/5

11 Del gráfico, calcula 2θ.



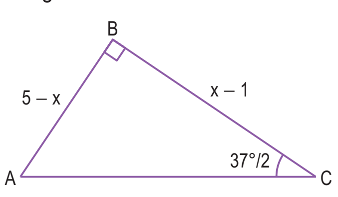
A) 60° B) 30° C) 15°
D) 8° E) 16°

12 Calcula:

$$M = \left(\cot\frac{53°}{2} + \tan\frac{143°}{2}\right)\tan 60°$$

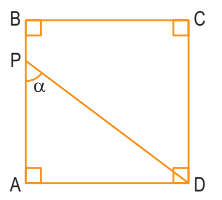
A) $2\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{3}$ C) 6
D) 1 E) 3

13 Del gráfico calcula x.



A) 1 B) 2 C) 4
D) 6 E) 3

14 Calcula α si se cumple: $\frac{AP}{PB} = 3$ (ABCD cuadrado).



A) 16° B) 37° C) 53°
D) 8° E) 74°

Claves

1. B	3. A	5. E	7. C	9. A	11. A	13. C
2. C	4. A	6. D	8. D	10. C	12. B	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Indica la expresión incorrecta.

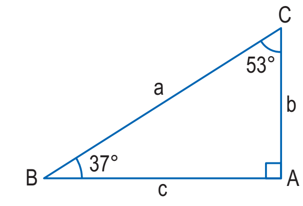
I. $\tan\frac{37°}{2} = \frac{1}{2}$

II. $\sec 8° = \frac{5\sqrt{2}}{7}$

III. $\csc\frac{53°}{2} = \sqrt{5}$

A) Solo I B) Solo II C) I y III
D) I y II E) Ninguna

2. Del triángulo rectángulo BAC:



Relaciona correctamente la proporción entre los lados del triángulo.

I. a/b a) 4/3
II. c/b b) 5/3
III. a/c c) 5/4

A) Ic; IIa; IIIb B) Ib; IIc; IIIa C) Ib; IIa; IIIc
D) Ia; IIb; IIIc E) Ic; IIb; IIIa

Razonamiento y demostración

3. Calcula:

$$M = \sqrt{2\sqrt{3}\,\text{sen}60° + 6}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Efectúa:

$$M = \sqrt{\tan^2 60° + 1}$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

5. Halla:

$$M = \sqrt{12\sec^2 30° + 9}$$

A) 5 B) 4 C) 3 D) 6 E) 7

6. Halla:

$$A = \sqrt{27\tan^2 53° + 1}$$

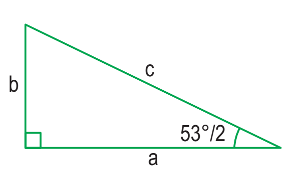
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

7. Efectúa:

$$Y = \sqrt{20\cos^2 30° + 1}$$

A) 5 B) 6 C) 7 D) 4 E) 2

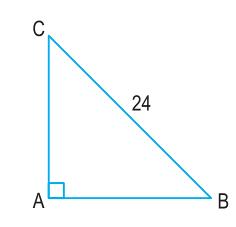
8. Del gráfico:



Calcula $M = \frac{\sqrt{5}\,c + b}{3a}$

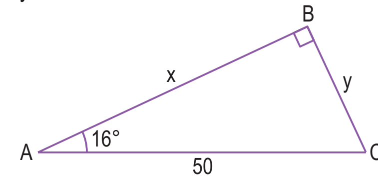
A) 3 B) 4 C) $2\sqrt{3}$ D) 2 E) 1

9. Calcula AC, si m∠ B = 45°



A) 12 B) $12\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{2}$ D) 13 E) 10

10. Calcula x – y



A) 2 B) 7 C) 27 D) 34 E) 48

Resolución de problemas

11. Sea el cuadrado ABCD, se traza el segmento $\overline{DP}$, donde P es punto medio de $\overline{AB}$. Calcula la m∠PDA.

A) 30° B) 37°/2 C) 60° D) 53°/2 E) 74°

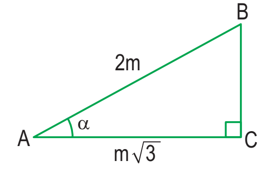
12. En el triángulo ABC recto en C, AB es igual a 18, calcula AC si la medida del ángulo B es la tercera parte de un ángulo recto.

A) 10 B) 9 C) 6 D) 5 E) 4

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Del triángulo ACB:

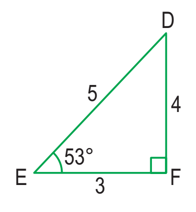


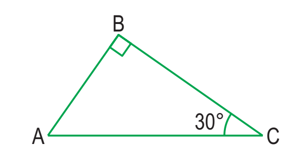
Indica el valor de verdad de las proposiciones:

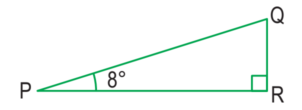
I. α es igual a $\pi/3$ rad.
II. AB es el doble de BC.
III. ACB ⊿ notable de 30° y 60°.

A) VFF B) FFV C) FVV
D) VFV E) FVF

14. Indica lo incorrecto.







I. ABC es un triángulo rectángulo exacto.
II. EFD es un triángulo pitagórico.
III. PRQ es un triángulo rectángulo aproximado.

A) I y II B) II y III C) Solo II
D) Solo I E) Ninguna

Razonamiento y demostración

15. Evalúa:

$$A = 10\text{sen}37° + 6\tan 53° + \sqrt{2}\sec 45°$$

A) 18 B) 12 C) 16
D) 14 E) 13

16. Calcula:

$$S = \tan 60° \csc 60° + 3\sqrt{2}\csc 45°$$

A) 6 B) 14 C) 12 D) 8 E) 10

17. Calcula:

$$A = \sqrt{\sec 45° \csc 45° + 14\text{sen}30°}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

18. Calcula:

$$S = \frac{\tan 53° - \cot 53°}{\sec 60° + 5}$$

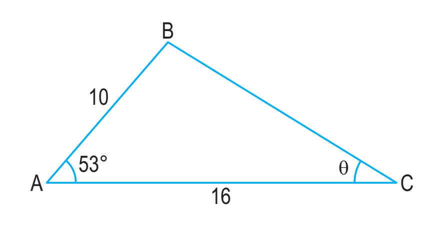
A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{1}{8}$
D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{6}$

19. Calcula:

$$A = \frac{\tan^2 60° + \sec^2 45°}{10\text{sen}37° + 4}$$

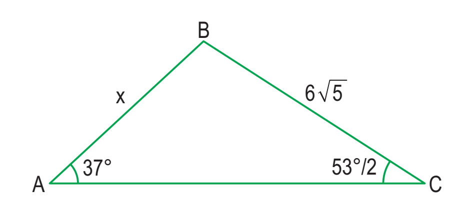
A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 2
D) 3 E) 5

20. Calcula $\cot\theta$.



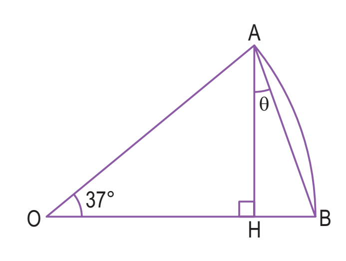
A) 1/2 B) 5/4 C) 3/4
D) 1/7 E) 2/3

21. Calcula x.



A) 12 B) 11 C) 7
D) 8 E) 10

22. AOB sector circular, calcula $\cot\theta$.



A) 1/3 B) 1/2 C) 3
D) 3/4 E) 5/2

Resolución de problemas

23. Calcula el perímetro de un triángulo rectángulo de hipotenusa 2,5 u y uno de sus ángulos interiores igual a 37°.

A) 7 u B) 8 u C) 10 u
D) 12 u E) 6 u

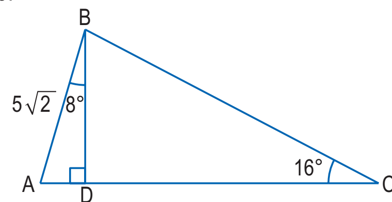
24. Sea el triángulo rectángulo isósceles ABC recto en B. Se traza la ceviana $\overline{AP}$ ($P \in \overline{BC}$) tal que $m\angle PAC = 8°$. Calcula AB si BP es igual a 12 u.

A) 16 u B) 12 u C) $12\sqrt{2}$ u
D) 10 u E) 8 u

NIVEL 3

Comunicación matemática

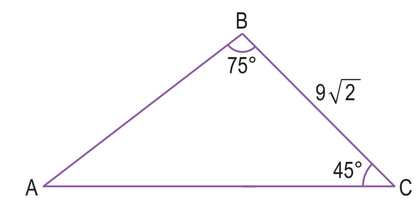
25. Del gráfico:



Marca lo incorrecto:

A) △ABC es isósceles. B) BC igual a 25.
C) DC igual a 20. D) BD igual a 7.
E) AC igual a 25.

26. Indica el valor de verdad de las proposiciones según el siguiente gráfico:

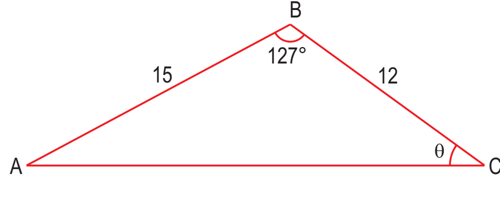


I. tanA es igual a $\sqrt{3}$.
II. AB es igual a $6\sqrt{3}$.
III. La altura relativa a $\overline{AC}$ es igual a 8.

A) FFV B) VFV C) FVF D) FVV E) VVF

Razonamiento y demostración

27. Calcula $\tan\theta$.



A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

28. Sabiendo que: $\text{sen}x\csc(60° - x) = 1$
Calcula P (x es agudo)
$P = \tan x \tan 2x$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 1/3 E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

29. Si: $\sec 2x = \csc 4x$, halla: $J = \cos 3x \cos 4x$

A) $\sqrt{6}/4$ B) $\sqrt{6}/2$ C) $\sqrt{2}/2$
D) $\sqrt{2}/4$ E) $\sqrt{3}/4$

30. Si: $\tan 5x \cot(x + 40°) = 1$, calcula: $\text{sen}3x$.

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\sqrt{2}/2$
D) $\sqrt{3}/2$ E) $-\frac{1}{2}$

31. Si: $\text{sen}2x\csc(x + 40°) = 1$, calcula: $\text{sen}3x/2$

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\sqrt{3}/2$
D) $\sqrt{2}/2$ E) $\frac{3}{5}$

32. Si: $\text{sen}3x = \cos 3x$
Halla: $\text{sen}2x$

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 4 E) $\frac{1}{3}$

33. Calcula:

$$M = \cos 74° \sec 53° \tan\frac{127°}{2} - \frac{\text{sen}53°}{2}$$

A) 7/5 B) 1 C) 0 D) – 1/2 E) –1

34. Evalúa:

$$K = \sqrt{40\sec 37° + 6\sec 53° + 4\cot 45°}$$

A) 6 B) 8 C) 17 D) 12 E) 15

35. Calcula:

$$S = \sec^2 45° + 5\cos^2 82° + \text{sen}^2\frac{37°}{2} - \text{sen}^2\frac{53°}{2}$$

A) 0 B) 1 C) 1/5 D) 2 E) 2/5

Resolución de problemas

36. Sea el triángulo ABC y $\overline{BH}$ altura relativa al lado $\overline{AC}$. Calcula $m\angle A + m\angle C$ si los lados $\overline{AB}$, $\overline{BH}$ y $\overline{BC}$ están en la relación de 5; 4 y 8 respectivamente.

A) 30° B) 60° C) 37° D) 74° E) 83°

37. El seno de un ángulo agudo es igual al producto de la tangente de 30° y la secante de 45°. Calcula la cotangente de dicho ángulo.

A) $\sqrt{3}$ B) 1/3 C) 1/5 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

Claves

NIVEL 1			NIVEL 3	
1. A	9. C	17. D	25. C	32. B
2. C	10. D	18. D	26. E	33. B
3. C	11. D	19. B	27. B	34. B
4. B	12. B	20. B	28. A	35. D
5. A	NIVEL 2	21. E	29. D	36. E
6. C	13. C	22. C	30. B	37. D
7. D	14. E	23. E	31. C	
8. E	15. C	24. A		
	16. D			

Aplicamos lo aprendido

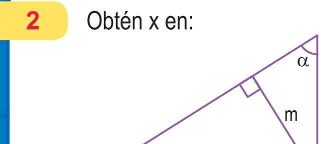


TEMA 3: RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

1 En un triángulo rectángulo uno de los ángulos agudos mide θ y el cateto opuesto a dicho ángulo mide L. Halla la hipotenusa.

A) $L\tan\theta$ B) $L\cot\theta$ C) $L\sec\theta$
D) $L\csc\theta$ E) $L\cos\theta$

2 Obtén x en:

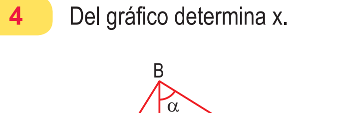
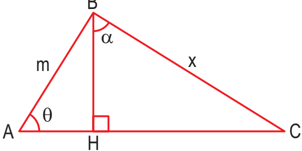


A) $m\,\text{sen}\alpha$ B) $m\cos\alpha$ C) $m\sec\alpha$
D) $m\csc\alpha$ E) $m\tan\alpha$

3 En un triángulo rectángulo, uno de los ángulos agudos mide β, y el cateto adyacente a él mide L. Expresa el área de la región triangular en términos de β y L.

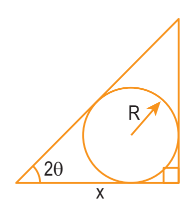
A) $L^2\tan\beta$ B) $L^2\text{sen}\beta$ C) $L^2\cot\beta$
D) $\frac{L^2}{2}\tan\beta$ E) $\frac{L^2}{2}\cot\beta$

4 Del gráfico determina x.

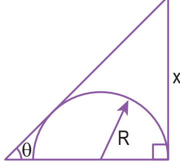
A) $m\,\text{sen}\theta\,\text{sen}\alpha$ B) $m\,\text{sen}\theta\sec\alpha$ C) $m\cos\theta\,\text{sen}\alpha$
D) $m\,\text{sen}\theta\sec\theta$ E) $m\cos\theta\sec\alpha$

5 Del gráfico, halla x.



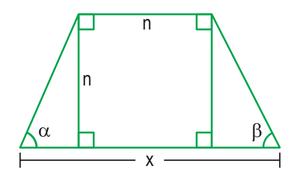
A) $R\cot\theta$ B) $R\tan\theta$ C) $R(\cot\theta + 1)$
D) $R(\tan\theta + 1)$ E) $R(\text{sen}\theta + 1)$

6 Del gráfico, halla x.



A) $R(\csc\theta + \cot\theta + 1)$ B) $R(\csc\theta + 1)\tan\theta$
C) $R(\csc\theta + 1)\cot\theta$ D) $R(\csc\theta + 1)\cos\theta$
E) $R(\sec\theta + 1)\cot\theta$

7 De la figura, halla x.

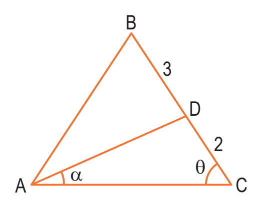


A) n(cotα + cotβ)
B) n(cotα + cotβ + 1)
C) n(tanα + tanβ + 1)
D) n(cotα + tanβ)
E) n(tanα + cotβ)

8 Halla el área de la región sombreada en función de L y θ sabiendo que AC = L.

A) $L^2\cos\theta\,\text{sen}^2\theta$
B) $L^2\cos^2\theta\,\text{sen}\theta$
C) $L^2\cos^3\theta\,\text{sen}\theta$
D) $L^2\cos^3\theta\,\text{sen}^2\theta$
E) $\frac{L^2}{2}\cos^3\theta\,\text{sen}\theta$

9 Si en el gráfico AB = BC, calcula tanα en función de θ.

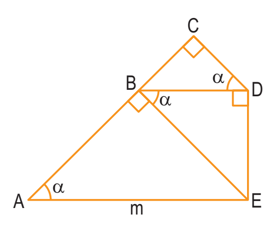


A) 0,5tanθ
B) 0,5cotθ
C) 0,25tanθ
D) 0,25cotθ
E) 0,75tanθ

10 De acuerdo al gráfico, calcula el área de la región sombreada en función de θ, m y n.

A) mn
B) mn/2
C) $\frac{mn}{2}$senθ
D) mnsenθ
E) $\frac{mn}{2}$ senθ

11 Halla BC en función de "α" y "m".

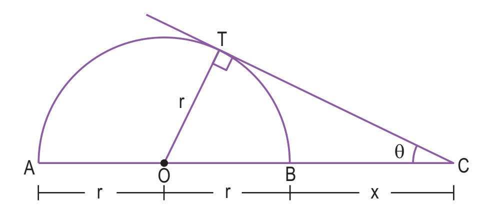


A) msenαcosα
B) $m\,\text{sen}\alpha\cos^2\alpha$
C) $m\,\text{sen}^2\alpha\cos^2\alpha$
D) $m\,\text{sen}^2\alpha\cos\alpha$
E) msenαcotα

12 Determina BC en términos de "α".

A) $5\text{sen}^2\alpha$
B) $\sec^2\alpha$
C) $\tan^2\alpha$
D) $\text{sen}^2\alpha$
E) $5\sec^2\alpha$

13 Halla "x" en términos de "r" y "θ".



A) r(cosθ – 1)
B) r(cscθ – 1)
C) r(secθ – 1)
D) r(senθ – 1)
E) r(cotθ – 1)

14 Del gráfico, halla x.

A) n(cosα – senθ)
B) n(cotα – senθ)
C) n(cotα – tanθ)
D) n(tanα – tanθ)
E) n(cotα – cotθ)

Claves

1. D	3. D	5. C	7. B	9. C	11. D	13. B
2. C	4. B	6. B	8. E	10. C	12. A	14. C

Practiquemos



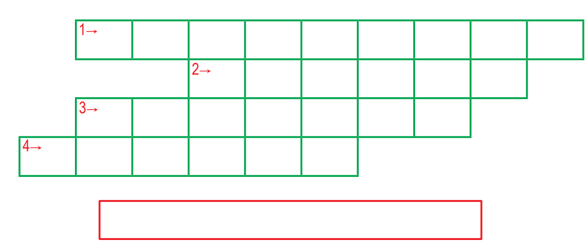
NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Crucigrama

Completa el siguiente crucigrama y descubre el nombre de un matemático.

1. Cateto que se encuentra al lado del ángulo.
2. Tipo de ángulo mayor a 90° y menor a 180°.
3. Cateto que se opone al ángulo.
4. Figura geométrica formada por dos líneas que parten de un mismo punto.



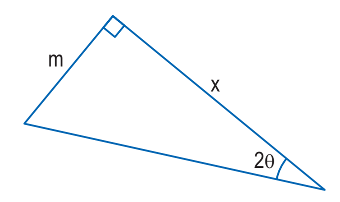
Matemático noruego que demostró la imposibilidad de resolver algebraicamente ecuaciones de quinto grado. La vida de ... estuvo dormida por la pobreza. Finalmente fallece de tuberculosis a los 27 años.

2. Dibuja un triángulo rectángulo PQR recto en Q, cuyo cateto conocido QR mide 5 m y el ángulo adyacente a este mide 20°.



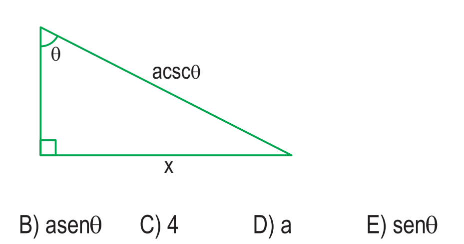
Razonamiento y demostración

3. Del gráfico, halla x.



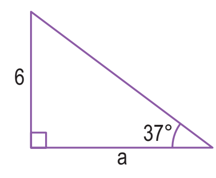
A) mcscθ B) mtanθ C) mtan2θ
D) mcot2θ E) mcsc2θ

4. Del gráfico, halla x.



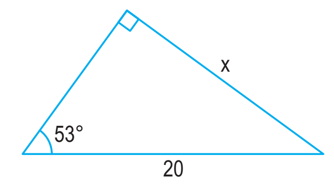
A) 1 B) asenθ C) 4 D) a E) senθ

5. Del gráfico, halla a.



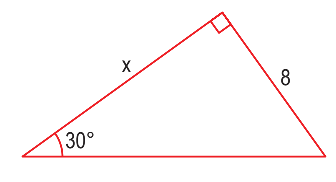
A) 9 B) 8 C) 10 D) 11 E) 12

6. Del gráfico, halla x.



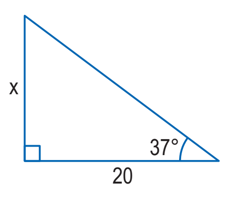
A) 18 B) 14 C) 16 D) 15 E) 12

7. Del gráfico, halla x.



A) $8\sqrt{3}$ B) $6\sqrt{3}$ C) 6 D) 10 E) 9

8. Del gráfico, halla x.



A) 15 B) 16 C) 18 D) 12 E) 14

Resolución de problemas

9. Se tiene un triángulo rectángulo ABC, recto en B, donde m∠CAB = 53° y el cateto BC = 24 m, determina el valor de AC.

A) 20 m B) 25 m C) 35 m
D) 30 m E) 24 m

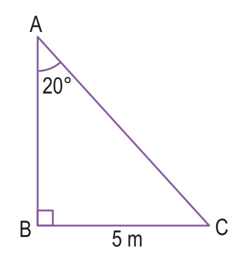
10. Se tiene un triángulo rectángulo ABC, recto en B, donde m∠ACB = 37° y la hipotenusa AC = 60 m, determina el valor de CB.

A) 45 m B) 39 m C) 96 m
D) 36 m E) 48 m

NIVEL 2

Comunicación matemática

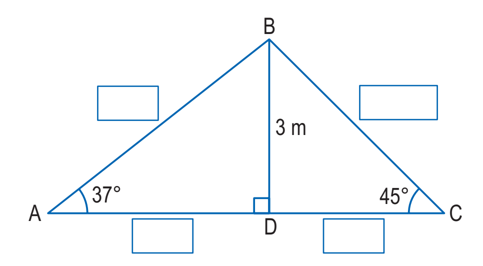
11. Sea:



Indica verdadero o falso según corresponda:

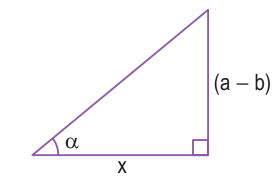
- AB = 5tan20° ... ( )
- AC = 5csc20° ... ( )
- AB = 5cot20° ... ( )

12. Observa la gráfica y luego completa los recuadros:



Razonamiento y demostración

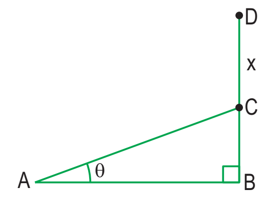
13. Del gráfico, halla x.



A) $a\tan\alpha - b$ B) $\frac{a}{b}\cot\alpha$ C) $(a + b)\tan\alpha$

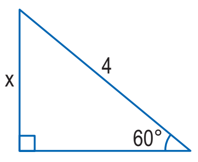
D) $(a - b)\cot\alpha$ E) $(a - b)\operatorname{sen}\alpha$

14. Del gráfico halla x, si: BD = AB y AC = n.



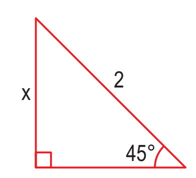
A) $n(\operatorname{sen}\theta - \tan\theta)$ B) $n(\tan\theta - \cos\theta)$
C) $n(\operatorname{sen}\theta - \cos\theta)$ D) $n(\cos\theta - \operatorname{sen}\theta)$
E) $n\operatorname{sen}\theta\cos\theta$

15. Del gráfico, calcula x.



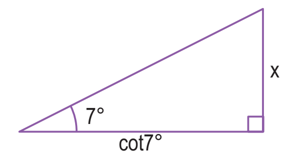
A) $4\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{2}$

16. Del gráfico, halla x.



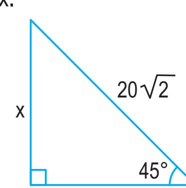
A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{6}$

17. Del gráfico, halla x.



A) tan7° B) 2tan7° C) 2sen7°
D) sec7° E) 1

18. Del gráfico, halla x.



A) 10 B) 20 C) 5
D) $5\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{2}$

Resolución de problemas

19. Se tiene un triángulo rectángulo ABC, recto en B, donde $m\angle BAC = 60°$ y el cateto $BC = 3\sqrt{3}$ m, determina el valor de AB.

A) 4 m B) $\sqrt{3}$ m C) 3 m

D) $3\sqrt{3}$ m E) 5 m

20. Se tiene un triángulo rectángulo ABC, recto en B, donde $m\angle CAB = 60°$ y el cateto CB = 2m, determina el valor de AB.

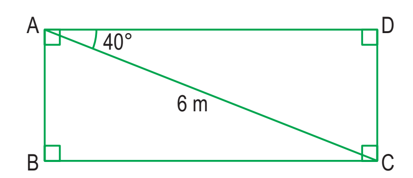
A) $2\sqrt{3}$ m B) $\frac{3}{4}\sqrt{3}$ m C) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ m

D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m E) $\sqrt{3}$ m

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Sea:



Indica verdadero o falso según corresponda:

AB = 6sen40° ... ( )
BC = 6cos40° ... ( )
AD = 6sec40° ... ( )
DC = 6cot40° ... ( )

22. Dibuja un triángulo rectángulo ABC recto en B donde: m∠ACB = 37°. Traza la altura BH donde: AH = 2 m y HC = 3 m. Indica la longitud del cateto BC.

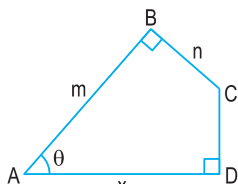


Razonamiento y demostración

23. En un triángulo rectángulo ABC (recto en B) la hipotenusa es "m" y m∠A = θ. Halla el perímetro del triángulo.

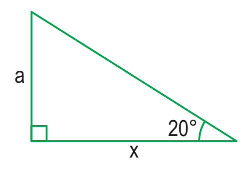
A) m(1 + tanθ + cosθ)
B) m(1 + senθ + cosθ)
C) m(1 + secθ + cosθ)
D) m(1 + secθ + tanθ)
E) m(1 + cscθ + cotθ)

24. Del gráfico, halla x.



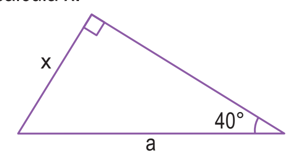
A) msenθ + ncosθ
B) mcosθ + nsenθ
C) (m + n)senθcosθ
D) mtanθ + nsecθ
E) msecθ + ntanθ

25. Del gráfico, calcula x.



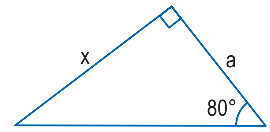
A) atan20°
B) asec20°
C) acsc20°
D) acot20°
E) asen20°

26. Del gráfico, calcula x.



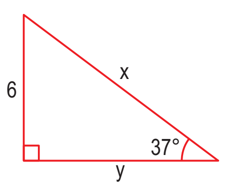
A) asen40°
B) acos40°
C) atan40°
D) acot40°
E) asec40°

27. Del gráfico, calcula y.



A) asen10°
B) acos10°
C) acot80°
D) atan80°
E) asec80°

28. Halla el perímetro del triángulo.



A) 14 B) 24 C) 18 D) 22 E) 26

Resolución de problemas

29. Se tiene un triángulo rectángulo ABC, recto en B, donde m∠ACB = 45° y la hipotenusa AC = $4\sqrt{2}$ m, halla la suma de catetos.

A) 6 m
B) 10 m
C) 11 m
D) 8 m
E) 12 m

30. Se tiene un triángulo rectángulo ABC, recto en B, donde m∠ACB = 30°, y el cateto CB = $2\sqrt{3}$ m, halla: AB + AC.

A) 4 m
B) 6 m
C) 7 m
D) 5 m
E) 3 m



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3. D
4. D
5. B
6. C
7. A
8. A
9. D
10. E

NIVEL 2
11.
12.
13. D
14. D
15. D
16. C
17. E
18. B
19. C
20. C

NIVEL 3
21.
22.
23. B
24. B
25. D
26. A
27. D
28. B
29. D
30. B

MARATÓN Matemática

Si **x** e **y** son ángulos agudos, tal que cumplen las siguientes condiciones:

$\text{sen}(4x) \cdot \csc(y + x) = 1$ ... (I)

$\tan y = \cot 2x$ ... (II)

Halla el valor de $10\text{sen}(y - 1°)$.

Resolución:

- De (I), por propiedad sabemos que son razones trigonométricas recíprocas, entonces:

  $4x = y + x \Rightarrow 3x = y$ ...(III)

- De (II), por propiedad sabemos que son razones trigonométricas de ángulos complementarios, se cumple:

  $y + 2x = 90° \Rightarrow$ de (III): $3x + 2x = 90°$

  $5x = 90°$

  $x = 18°$

  $\Rightarrow y = 54°$

- Nos piden:

  $10\text{sen}(y - 1°) = 10\text{sen}(54° - 1°)$

  $= 10\text{sen}53°$

  $= 10\left(\frac{4}{5}\right)$

  $\therefore 10\text{sen}(y - 1°) = 8$



1. Si: $\cos(2x + y)\csc(x + 3y) = 1$

Calcula:

$M = \dfrac{\tan 3x}{\cot 4y}$

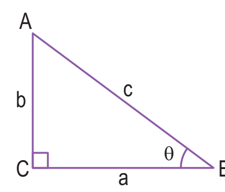
A) 0 B) 2 C) 4 D) 3 E) 1

2. Si: $\text{sen}(8x + 3y)\sec(5y - 2x) - \tan 45° = 0$

Calcula: $\tan(4y + 3x)$

A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

3. Del gráfico:

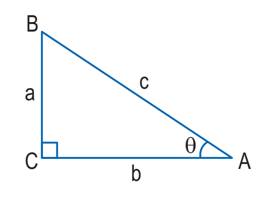


se cumple: $(a + b + c)^2 = 4ab$

Calcula: $\sqrt{\text{sen}\theta \cos\theta}$

A) 1/2 B) 1 C) 2 D) 1/3 E) 3

4. Del gráfico:

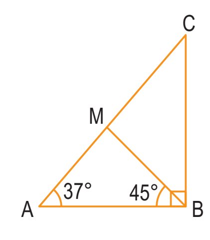


se cumple que: $a + b = 2c$

Calcula: $2\text{sen}\theta\cos\theta$

A) 2 B) 3/2 C) 1 D) 3 E) 1/2

5. Si AM = 20. Calcula BC.



A) 10 B) 14 C) 21 D) 25 E) 18

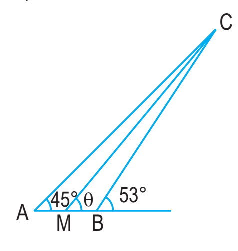
6. Si: $\cos 60° \sec\theta \tan 23° - \cos^2 45° \csc 30° \cot 67° = \tan 23°$

Calcula: $\cos\theta$

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{5}$

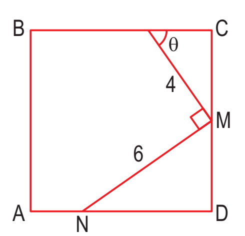
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. Si: AM = MB, calcula, $7\tan\theta$.



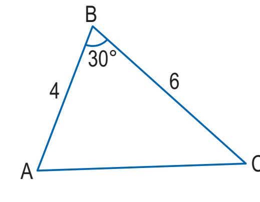
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8. Si ABCD es un cuadrado y MD = MC, calcula $\cot\theta$.



A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

9. Calcula al área del triángulo ABC si:



A) 12 u^2 B) 8 u^2 C) 16 u^2 D) 6 u^2 E) 9 u^2


Unidad 3
Trigonometría

RECUERDA

Johan Regiomontanus

Johan Regiomontanus, cuyo nombre verdadero fue Johann Müller de Königsberg, nació el 6 de junio de 1436 en Königsberg, Arzobispado de Mainz (ahora Alemania).

A los 11 años ingresó a la Universidad de Leipzig y a los 16 se marchó a Viena, donde estudió con Georg von Peuerbach. En 1461 fue nombrado profesor de Astronomía en la Universidad de Viena, ocupando el puesto de su profesor y, en 1468, trabajó como astrónomo real del rey Matthias Corvinus de Hungría.

Regiomontanus realizó importantes contribuciones a la trigonometría y la astronomía. De hecho, se le considera como el iniciador de la trigonometría moderna. Su libro De triangulis omnimodis (1464) es un resumen sistemático de los métodos para estudiar los triángulos.

Gran conocedor de los textos griegos, y estudioso de Euclides y Ptolomeo, realizó una rigurosa traducción latina del Almagesto, iniciada por su maestro Peuerbach. Además, expuso el sistema de Claudio Tolomeo en una obra titulada Epitome in Almagestum, publicada en 1496.

Regiomontanus construyó un observatorio en Núremberg en 1471, patrocinado por Bernard Walther. Fundó una imprenta en la que publicó uno de los primeros calendarios completos, con datos astronómicos, sobre las posiciones del Sol y de la Luna, eclipses y fiestas móviles. También construyó muchos instrumentos.

Estudió los movimientos de la Luna y describió un método para calcular la longitud de los mares con su observación, muchos años antes de que pudiera ser usada con la aparición de instrumentos para medir con precisión la posición lunar.

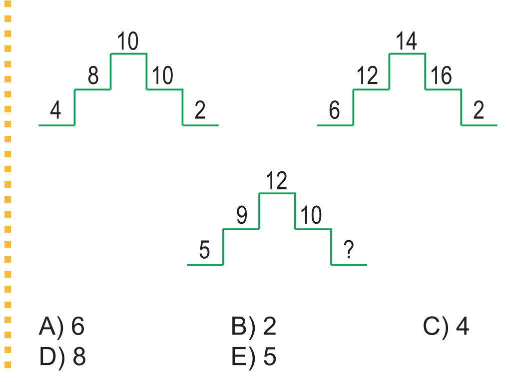
Murió el 8 junio de 1476 en Roma, Italia.

Reflexiona

- *Aproximadamente, el noventa por ciento de las cosas que nos preocupan nunca suceden. Eso significa que nuestras preocupaciones negativas tienen, aproximadamente, una probabilidad del diez por ciento de ser exactas.*
- *Nada es realista o falto de realismo ... solo existe lo que pensamos sobre una situación dada. Nosotros creamos nuestra propia realidad.*
- *Deje de alimentarse con pensamientos negativos. Esos pensamientos le quitan su poder y, por lo tanto, lo paralizan de miedo.*

¡Razona...!

Halla el número que falta:



A) 6 B) 2 C) 4

D) 8 E) 5

Aplicamos lo aprendido

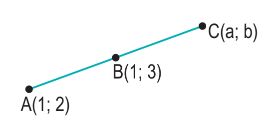


TEMA 1: SISTEMA DE COORDENADAS RECTANGULARES

1 Determina el punto medio del segmento formado al unir los puntos P(–4;2) y Q(2; 6).

A) (–1; 4) B) (–3; –2) C) (–2; 4)
D) (2; 4) E) (–2; –3)

2 Según el gráfico, AB = BC, halla (a + b).

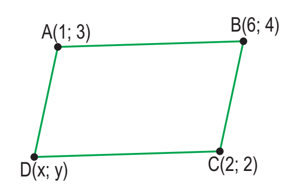


A) 5 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

3 Calcula las coordenadas de B, si $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{2}$; además A(4; 3) y C(10, 6).

A) (7; 4) B) (6; 4) C) (8; 3)
D) (8; 5) E) (5; 5)

4 Determina las coordenadas del cuarto vértice del paralelogramo mostrado.

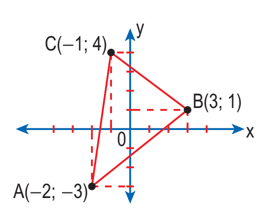


A) (1; 0) B) (2; 0) C) (–3; 1)
D) (1; 1) E) (0; 2)

5 Los puntos A(–1; 5) y B(3; 2) son los extremos del diámetro de una circunferencia. Determina la longitud de la circunferencia.

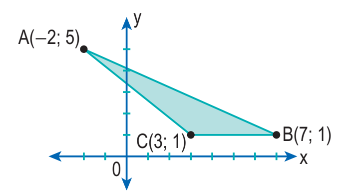
A) 4π B) 5π C) 6π
D) 8π E) 10π

6 Halla el área del triángulo $\triangle ABC$, si:



A) 8 B) 12 C) 10,5
D) 8,5 E) 15,5

7 Determina el área de la región triangular ABC.



A) 4 B) 5 C) 6
D) 8 E) 10

8 En la figura mostrada, determina las coordenadas de P, sabiendo que tanα = 2/3.

y P A M(13; 4) α B x

A) (13; 14) B) (14; 16) C) (16; 18)
D) (13; 19) E) (15; 10)

9 El baricentro del triángulo MNO es G(1; 1), además las coordenadas de sus vértices son M(2; 6) y N(–3; –2).
Halla las coordenadas del vértice O.

A) (3; –2) B) (6; –3) C) (1; 2)
D) (4; –1) E) (1; 3)

10 Calcula la distancia entre los puntos M y C.

A(8; 0) 3 M 2 B(–2; –5) d C(7; –15)

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

11 Uno de los puntos de un segmento es (7; 8) y su punto medio es (4; 3). Halla el otro punto extremo.

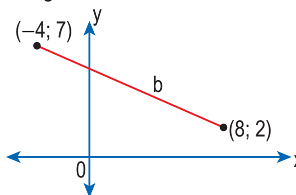
A) (–1; –2) B) (1; –2) C) (1; 2)
D) (–1; 2) E) (2; 1)

12 Halla el área de la circunferencia que se origina al rotar el segmento OP 360°.

y 4 x O d –3 P

A) 25π B) 12π C) 16π
D) 9π E) 36π

13 Del gráfico, calcula b.



A) 15 B) 12 C) 13
D) 10 E) 11

14 Los vértices de un triángulo son: A(–2; 1), B(4; 7) y C(6; –2).
Calcula su área.

A) 30 B) 32 C) 35
D) 38 E) 33

Claves

1. A	3. D	5. B	7. D	9. D	11. B	13. C
2. A	4. C	6. E	8. B	10. E	12. A	14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Represento en el plano cartesiano lo siguiente:

a) Todos los puntos de ordenada –2.

b) El conjunto de puntos tales que su ordenada sea mayor que 1 pero menor que 2.

c) Una circunferencia de radio 3 y centro en el punto M(1; –1).

2. Compara las siguientes cantidades:

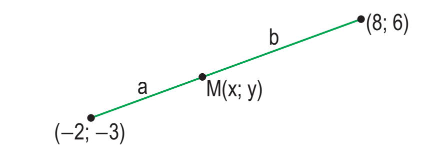
M = El perímetro de un cuadrado, si P(m – 2; n + 3) y Q(m + 1; n – 1).

N = La suma de coordenadas del punto medio del segmento A(–2; 5) y B(8; –1).

A) M = 2N B) M = 4N C) M = N
D) 2M = N E) 3M = N

Razonamiento y demostración

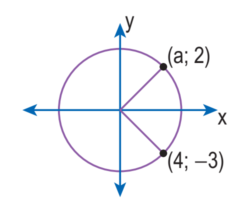
3. Si $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$, halla x + y.



A) $\frac{51}{7}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{22}{7}$

D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{41}{7}$

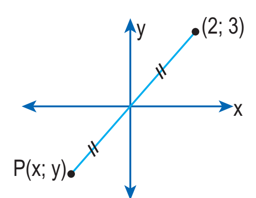
4. Del gráfico, calcula a.



A) $\sqrt{29}$ B) 2 C) $\sqrt{13}$

D) $\sqrt{21}$ E) 5

5. Obten las coordenadas del punto P.



A) (–2; 3) B) (–1; –3) C) (–3; –2)
D) (2; 3) E) (–2; –3)

6. Determina en el eje x un punto que tenga una distancia de 5 unidades al punto (2; 4).

A) (–1; 0) B) (1; 0) C) (5; 0)

D) (6; 0) E) A y C

7. Si (2; 3) es el punto medio del segmento AB, siendo A(–3; 5) y B(a; b), calcula a + b.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

8. Si P(a; a + 1) es un punto que equidista de A(2; 1) y B(–6; 5), halla el valor de a.

A) 6 B) –6 C) 0
D) 1 E) –1

Resolución de problemas

9. El extremo de un segmento es (1; –9), y su punto medio es P(–1; –2). Halla las coordenadas del otro extremo.

A) (–1; 5) B) (0; 3) C) (0; –3)
D) (–3; 5) E) (5; 3)

10. Calcula la coordenada del baricentro del triángulo cuyos vértices son: P(–2; 6), Q(3; 2) y R(–4; –2).

A) (1; 2) B) (–1; 2) C) (2; 1)
D) (2; 2) E) (–1; 1)

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Representa en el plano cartesiano lo siguiente:

a) Un cuadrado de lado 4, cuyo centro está en el origen de las coordenadas.

b) El conjunto de puntos tales que su ordenada sea mayor que –1, pero menor que 3; además su abscisa es menor que 1.

12. Relaciona cada denominación con su respectiva definición.

I. Es el sistema formado por dos rectas numéricas que se intersecan perpendicularmente en cero.

II. Es la distancia desde un punto en el plano cartesiano con el origen.

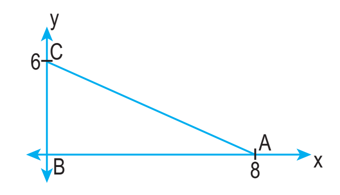
III. Es el plano determinado por los ejes coordenados y está dividido en cuatro regiones.

a. Plano cartesiano.
b. Sistema de coordenadas rectangulares.
c. Radio vector.

A) Ia – IIc – IIIb
B) Ib – IIc – IIIa
C) Ic – IIa – IIIc
D) Ic – IIb – IIIa
E) Ia – IIb – IIIc

Razonamiento y demostración

13. En el triángulo mostrado, calcula la proyección de BG sobre AB, si G es baricentro del triángulo ABC.

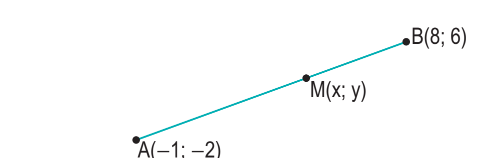


A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{8}{3}$
D) $\frac{15}{2}$ E) $\frac{10}{3}$

14. Si (–5; 3) es el punto medio entre (x; 0) y (0; y); calcula:
$E = \sqrt{y - x}$

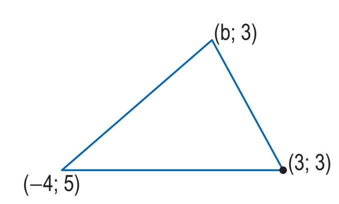
A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

15. Obten un punto M(x; y) que divide al segmento AB en una proporción de 1 a 2. (M está más cerca de B).



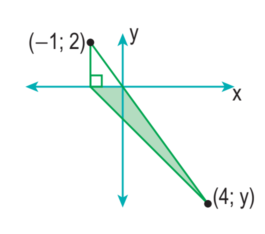
A) (–1; –2) B) $(5; \frac{1}{3})$ C) $(5; \frac{10}{3})$
D) $(-5; -\frac{10}{3})$ E) $(2; \frac{2}{3})$

16. Obtén un valor de b si el área del triángulo es 10.



A) 5 B) 2 C) 4
D) 10 E) 13

17. Calcula el área de la región sombreada.



A) 2 B) 6 C) 4
D) 8 E) 16

18. Señala las coordenadas del punto P ubicado en el eje de abscisas que equidista de A(1; 5) y B(7; 3).

A) $\left(\frac{7}{3};0\right)$ B) $\left(\frac{8}{3};0\right)$ C) $\left(\frac{4}{3};0\right)$
D) $\left(\frac{11}{2};0\right)$ E) $\left(\frac{11}{4};0\right)$

Resolución de problemas

19. Halla el área de un triángulo si sus vértices son: A(–4; 1); B(4; 2) y C(m; n). Además su baricentro es G(0; 2).

A) 6 B) 7 C) 4
D) 8 E) 5

20. Halla la suma de las componentes del baricentro del triángulo formado por los puntos:
A(–3; –1); B(5; 4) y C(–8; 6)

A) 2 B) 4 C) 6
D) 0 E) 1

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Compara las siguientes cantidades:

P = La suma de coordenadas del punto medio del segmento A(2; 7) y B(–6; –1).

Q = El área de un triángulo cuyos vértices son: M(0; 2); N(2; –4) y P(–1; 3).

Entonces:

A) P = Q B) P = 2Q C) 2P = 3Q
D) 2P = Q E) 3P = Q

22. Relaciona:

I. Distancia entre los puntos $T(x_1; y_1)$ y $P(x_2; y_2)$.

II. Coordenadas del punto medio del segmento de extremos $A(x_1; y_1)$ y $B(x_2; y_2)$.

III. Coordenadas del baricentro de un triángulo de vértices $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$.

a. $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$
$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

b. $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

c. $x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$
$y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$

A) Ib – IIc – IIIa B) Ia – IIb – IIIc C) Ic – IIb – IIIa
D) Ic – IIa – IIIb E) Ib – IIa – IIIc

Razonamiento y demostración

23. Halla la suma de las componentes del baricentro del triángulo formado por los puntos A(–1; –3), B(4; 5) y C(6; –8)

A) 2 B) 4 C) 6
D) 0 E) 1

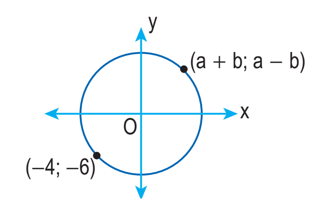
24. Halla en el eje de ordenadas un punto A cuya distancia hacia el punto B(–8; 13) sea igual a 17.

A) (0; –1) B) (0; –2) C) (1; 2)
D) (2; 8) E) (0; –28)

25. El centro de una circunferencia es $(-4; \sqrt{5})$, determina su área si pasa por el origen de coordenadas, usar: $\pi = \frac{22}{7}$.

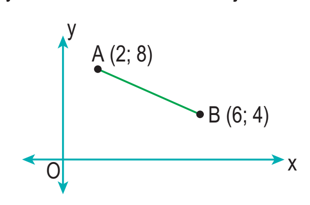
A) 2 B) 3 C) 44
D) 66 E) 81

26. Calcula: $a^2 + b^2$



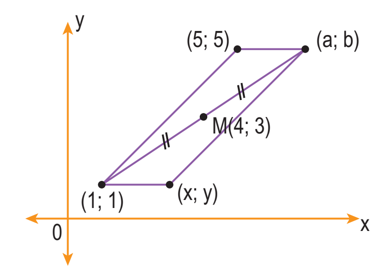
A) 26 B) 52 C) 6
D) 13 E) 16

27. Obten la proyección de AB sobre el eje x.



A) 4 B) 2 C) 6
D) 8 E) 16

28. Obten los vértices que faltan en el paralelogramo siguiente:



A) (1; 3), (3; 5)

B) (–1; –1), (–3; –5)

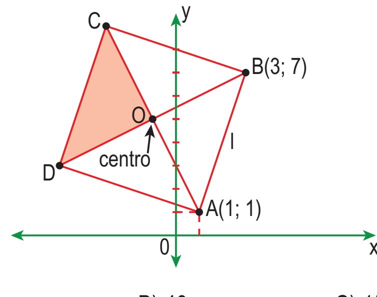
C) (1; –1), (7; 5)

D) (3; –1), (–3; 5)

E) (3; 1), (7; 5)

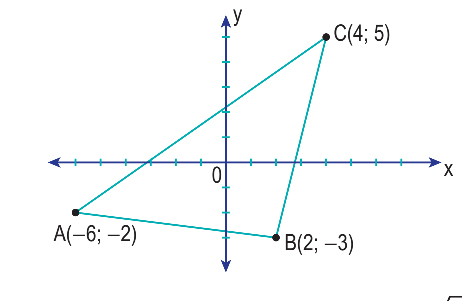
Resolución de problemas

29. Si el centro del cuadrado ABCD es el punto O. Halla el área de la región OCD, si:

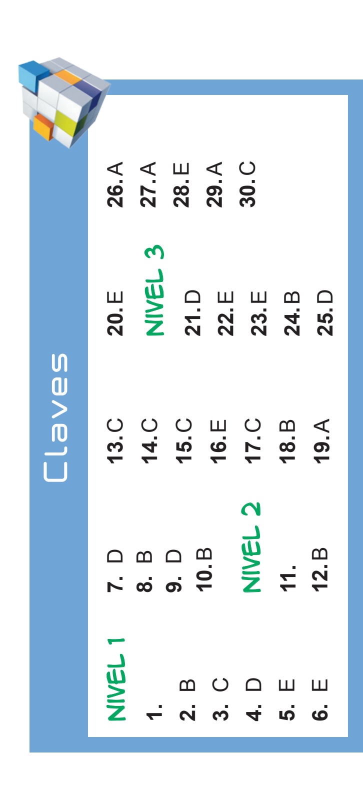


A) 10 B) 40 C) 15
D) 25 E) 20

30. Dado el siguiente triángulo ABC, halla la distancia del baricentro al vértice A.



A) 10 B 20 C) $2\sqrt{10}$
D) $\sqrt{10}$ E) 30





Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN CUALQUIER MAGNITUD

1 En los paréntesis coloca (V) verdadero o (F) falso según corresponda. Luego marque la alternativa correcta:

- Si $\alpha \in$ IIC $\Rightarrow$ sen$\alpha > 0$ ( )
- Si $\alpha \in$ IVC $\Rightarrow$ tan$\alpha < 0$ ( )
- Si $\alpha \in$ IC $\Rightarrow$ sec$\alpha < 0$ ( )
- Si $\alpha \in$ IIIC $\Rightarrow$ cos$\alpha > 0$ ( )

A) FVFV B) VVFV C) VFFF
D) VVFF E) FVFF

2 Si el lado final de un ángulo θ pasa por el punto (–1; 2), calcula $J = (\text{sen}\theta - \cos\theta)^2$.

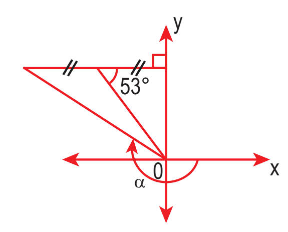
A) 2/5 B) 9/5 C) 3/5
D) 1 E) 1/5

3 Halla el valor de F(180°); si:

$$F(x) = \frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(2x) + \cos\left(\frac{3x}{2}\right)}{\sec(2x) - \cos x}$$

A) 1/2 B) –1/2 C) 1
D) –1 E) 0

4 Del gráfico, calcula $E = 3\tan\alpha + 1$



A) 0 B) 1 C) –1
D) 2 E) –2

5 Los cuadrantes en los que el coseno y la tangente tienen el mismo signo son:

A) IC y IIC B) IC y IIIC C) IIC y IIIC
D) IIC y IVC E) IC y IVC

6 Si $\cos\alpha = -\frac{3}{5} \wedge \alpha \in$ IIC.

Halla el valor de:

$$R = \sqrt{\frac{3\text{sen}\alpha^2 - 4\cos\alpha^2}{5\tan\alpha}}$$

A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B) $\frac{2\sqrt{5}}{25}$ C) $\frac{3\sqrt{5}}{25}$
D) $\frac{\sqrt{5}}{25}$ E) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

7 Halla el signo de las siguientes expresiones respectivamente:

$$E = \frac{\cos 124°.\csc 312°}{\text{sen}115°.\tan 220°}$$

$$T = \text{sen}336° \,.\, \tan 218° \,.\, \cos 168°$$

A) (+) y (–) B) (+) y (+) C) (–) y (+)
D) (–) y (–) E) NA

8 Tenemos dos ángulos coterminales, tales que el mayor es al menor como 6 a 1. Si la suma de ambos ángulos está comprendida entre 800° y 1000°. Halla la medida del mayor.

A) 900° B) 750° C)820°
D) 850° E) 864°

9 Del gráfico mostrado:

y
α
θ
x
0
(2; –2)
(–2; –3)

Halla el valor de:
$R = \cot\alpha + \text{sen}\theta - \tan\alpha \,.\, \tan\theta$

A) $\frac{(3+\sqrt{2})}{6}$
B) $\frac{(13-3\sqrt{2})}{6}$
C) $\frac{(6+3\sqrt{2})}{6}$
D) $\frac{(12-3\sqrt{2})}{6}$
E) $\frac{(3-\sqrt{2})}{6}$

10 Si $f(\theta) = |\cos 3\theta| + \sqrt{1-\text{sen}^2 2\theta} - \cos 2\theta$.

Calcula: $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) + f\left(\frac{\pi}{3}\right) + 1$

A) $2+\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) 2 C) 5
D) $3+2\sqrt{3}$ E) $2-\frac{3\sqrt{3}}{2}$

11 Si $\tan\alpha = \frac{1}{3} \wedge \alpha \in \text{IIIC}$.

Halla $P = 3\sec\alpha - \csc\alpha$

A) –1 B) 0 C) 1
D) 2 E) –2

12 Dado $\cos\alpha = -\frac{p^2-q^2}{p^2+q^2}$; $p > q > 0$.

Calcula $\tan\alpha$, con α en el IIC.

A) $\frac{2pq}{p^2-q^2}$ B) $\frac{2pq}{q^2-p^2}$ C) $\frac{2\sqrt{pq}}{q^2-p^2}$
D) $\frac{2\sqrt{pq}}{q^2+p^2}$ E) $\frac{q^2-p^2}{q^2+p^2}$

13 Sean α y β dos ángulos coterminales.
Halla el valor de:

$$k = \frac{(1-\text{sen}^2\alpha)(1-\cos^2\beta)}{(\cos^2\alpha - 1)(\text{sen}^2\beta - 1)}$$

A) –1 B) senα C) 1
D) –senα E) cosβ

14 Si $\theta \in \langle 40°; 100°]$.
Halla el signo de $P = \tan\frac{\theta}{2} + \cos\left(-\frac{\theta}{4}\right)$

A) (+) B) (–) C) (+) o (–)
D) (+) y (–) E) No se puede precisar

Claves

1. D	3. A	5. A	7. B	9. B	11. B	13. C
2. B	4. C	6. C	8. E	10. C	12. B	14. A

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa (+) positivo o (–) negativo según corresponda, para un ángulo "α":

– Si $\alpha \in$ IIC $\Rightarrow$ cosα, es : ( )
– Si $\alpha \in$ IIIC $\Rightarrow$ tanα, es : ( )
– Si $\alpha \in$ IC $\Rightarrow$ senα, es : ( )
– Si $\alpha \in$ IVC $\Rightarrow$ cotα, es : ( )
– Si $\alpha \in$ IIC $\Rightarrow$ senα . cosα, es : ( )
– Si $\alpha \in$ IVC $\Rightarrow$ tanα . senα, es : ( )

2. Relaciona mediante líneas, según corresponda.

$\text{sen}(-\theta)$	$-\text{sen}\theta$ / $\text{sen}\theta$
$\tan(-\theta)$	$-\tan\theta$ / $\tan\theta$
$\sec(-\theta)$	$\sec\theta$ / $-\sec\theta$
$\csc(-\theta)\cot(-\theta)$	$\csc\theta\cot\theta$ / $-\csc\theta\cot\theta$
$\sec(-\theta)\tan(-\theta)$	$\sec\theta\tan\theta$ / $-\sec\theta\tan\theta$

Razonamiento y demostración

3. Si el lado final de un ángulo canónico θ pasa por Q(–2; 1); calcula $S = \tan\theta - \cot\theta$.

A) $\frac{3}{2}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$
D) $-\frac{5}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

4. Señala el signo de:

$$P = \frac{\text{sen}200° - \cos 310°}{\tan 140°}$$

A) (+) B) (–) C) (+) o (–)
D) (+) y (–) E) No se puede precisar.

5. Si $\tan\beta < 0$ y $\text{sen}\beta < 0$; entonces β pertenece al:

A) IC B) IIC C) IIIC
D) IVC E) No se puede precisar.

6. Siendo $\cos\theta = -\frac{2}{3}$ y $\tan\theta < 0$; calcula:

$$T = \sqrt{5}\tan\theta + \frac{1}{\sqrt{5}}\text{sen}\theta$$

A) $\frac{13}{6}$ B) $\frac{7}{6}$ C) $-\frac{13}{6}$
D) $-\frac{7}{6}$ E) $-\frac{11}{6}$

7. Si: $\tan\theta\sqrt[3]{\text{sen}\theta} > 0$; $\cos\theta\sqrt[3]{\text{sen}\theta} < 0$ y $|\tan\theta| = 3$.

Halla: $K = \text{sen}\theta + \cos\theta$

A) $\sqrt{0,4}$ B) $\sqrt{0,2}$ C) $-\sqrt{0,2}$
D) $-\sqrt{0,4}$ E) $-\sqrt{0,8}$

8. ¿A qué cuadrante pertenece θ, si $\sec\theta < 0$ y $\cot\theta > 0$?

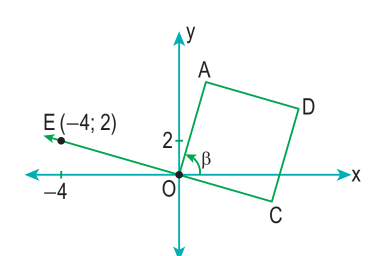
A) IC B) IIC C) IIIC
D) IVC E) Es cuadrantal.

9. Si el punto (6; –8) pertenece al lado final del ángulo α en posición normal, calcula: $E = 5\cos\alpha + 6\tan\alpha$

A) –3 B) –4 C) –5
D) –10 E) –11

Resolución de problemas

10. Del gráfico, AOCD es un cuadrado y O es punto medio de $\overline{EC}$. Halla el valor de $M = \tan\beta + 1$



A) 2 B) 1 C) 3
D) 0 E) –1

11. Si: $\beta = (1°)^2 + (2°)^2 + (3°)^2 + ... + (n°)^2$, $n \in \mathbb{Z}$

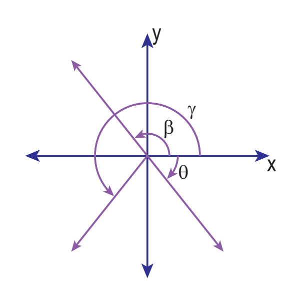
Halla el valor de "n", si β es el máximo ángulo menor de dos vueltas.

A) 10 B) 14 C) 11
D) 12 E) 9

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. A continuación tenemos tres ángulos en el plano cartesiano. Señala solo las razones trigonométricas positivas en las líneas de abajo.



senβ ______ ______ ______

______ ______ ______

13. De las siguientes proposiciones, respecto a $k = \sec\theta \cdot \tan\theta$; señala las verdaderas.

I. Si $\theta \in$ IVC $\Rightarrow k > 0$
II. Si $\theta \in$ IIIC $\Rightarrow |k| = -\sec\theta \cdot \tan\theta$
III. Si $\theta \in$ IIC $\Rightarrow |k| = -\sec\theta \cdot \tan\theta$
IV. Si $k > 0 \Rightarrow \theta \in$ IIC $\vee$ IC

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) II y III

Razonamiento y demostración

14. Si el lado final de un ángulo en posición normal α pasa por P(4; –3); calcula $S = \text{sen}\alpha + \cos\alpha$.

A) 0,2 B) 0,3 C) 0,1
D) 0,4 E) 0,6

15. Si $\text{sen}\theta < 0$ y $\cos\theta < 0$; entonces θ pertenece al:

A) IC B) IIC C) IIIC
D) IVC E) No se puede precisar

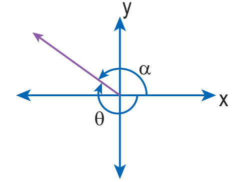
16. Siendo $\cot\alpha = \frac{1}{3}$ y $|\text{sen}\alpha| = -\text{sen}\alpha$; calcula:
$P = \text{sen}\alpha - \cos\alpha$

A) $\sqrt{\frac{6}{5}}$ B) $-\sqrt{\frac{6}{5}}$ C) $\sqrt{\frac{4}{5}}$
D) $-\sqrt{\frac{4}{5}}$ E) $-\sqrt{\frac{2}{5}}$

17. Halla x, si se cumple que: $\cot\theta = \frac{\text{sen}\theta + x}{\cos\theta + x}$, además:
$\sec\theta = -2{,}6$ y $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{3}{13}$ C) $-\frac{7}{13}$
D) $-\frac{7}{3}$ E) $-\frac{9}{13}$

18. Del gráfico, calcula:
$L = \frac{3\text{sen}\alpha + \text{sen}\theta}{3\text{sen}\theta - \text{sen}\alpha}$

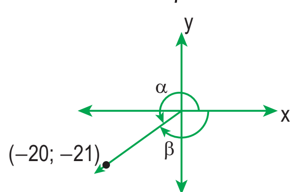


A) –1 B) 3 C) 5
D) –2 E) 2

19. Si $\text{sen}\beta < 0$ y $\tan\beta < 0$, señala el cuadrante al que pertenece β.

A) IC B) IIC C) IIIC
D) IVC E) Es cuadrantal.

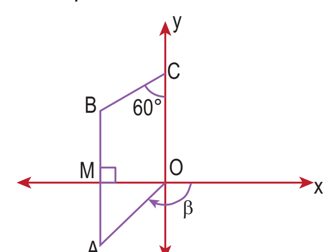
20. Del gráfico, calcula $E = \text{sen}\alpha \cdot \csc\beta$.



A) 1 B) –1 C) $\frac{29}{30}$
D) $\frac{29}{21}$ E) $\frac{400}{401}$

Resolución de problemas

21. Del gráfico, halla: $\text{sen}\beta$.



Si: BM = MA = BC; $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{OC}$

A) $\frac{-2\sqrt{7}}{7}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ C) $\frac{-\sqrt{7}}{7}$
D) $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ E) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

22. Dos ángulos coterminales están en relación de 2 a 3. Halla la suma de los valores posibles que toma el menor de ellos, si el mayor está comprendido en el intervalo $\langle 1000°; 2500° \rangle$.

A) 720° B) 2160° C) 1800°
D) 1440° E) 2160°

NIVEL 3

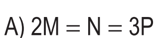
Comunicación matemática

23. Compara las siguientes cantidades:

Ⓜ $2^{\text{sen}270°} - 3^{\cot 90°} + \frac{2\cos 0° + \text{sen}270°}{\tan 180° + \cos 360°}$

Ⓝ $4^{\sec 0° + \sec 180°} + \frac{3\tan 0° - 2\csc 270°}{\cos 90° - \text{sen}90°}$

Ⓟ $\sqrt{3^{\sec 360° + \csc 90°} - \cot 90° + \cos 360° + \sec 180°}$



A) $2M = N = 3P$ B) $P + N = 4M$ C) $6M = -2N = P$
D) $3P + N = 2M$ E) $2P - N = 2M$

24. Dada la expresión
$A = \sec\alpha \cdot \text{sen}\beta$
Completa (V) verdadero o (F) falso según corresponda, luego marque la alternativa que representa la secuencia correcta:

I. Si $\alpha \in IC \wedge \beta \in IIC \Rightarrow A > 0$ ( )
II. Si $\alpha \in IVC \wedge \beta \in IIIC \Rightarrow A < 0$ ( )
III. Si $\alpha \in IIIC \wedge \beta \in IC \Rightarrow A > 0$ ( )
IV. Si $\alpha \in IIIC \wedge \beta \in IVC \Rightarrow A < 0$ ( )

A) VFVF B) FVVF C) VVFF
D) FVFV E) VVVF

Razonamiento y demostración

25. Si la expresión: $\sqrt{-\text{sen}\theta\sqrt{\cos\theta}}$ $, \in \mathbb{R}$; entonces θ pertenece al:

A) IC B) IIC C) IIIC
D) IVC E) No se puede precisar

26. Señala el signo de:

$$Q = \frac{\tan 100° + \cos 130°}{\text{sen}160° - \tan 340°} \quad \text{y}$$

$$R = \frac{\text{sen}100° \cos 200° - R\cos 190°}{\cos 170°}$$

A) (+), (+) B) (+), (–) C) (–), (–)
D) (–), (+) E) No se puede precisar

27. Sabiendo que α es un ángulo positivo y menor que una vuelta, tal que $\tan\alpha > 0$ y $\text{sen}\alpha < 0$; señala los signos de:

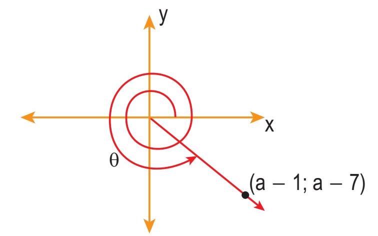
$$P = \cos\alpha \cdot \cos\frac{\alpha}{2}; \quad Q = \tan\frac{2\alpha}{3} - \text{sen}\frac{\alpha}{2}$$

A) (+), (+) B) (+), (–) C) (–), (–)
D) (–), (+) E) No se puede precisar

28. Si $\tan\theta = -\text{sen}45°$ y $|\sec\theta| = -\sec\theta$; calcula:
$N = \text{sen}\theta . \cos\theta$

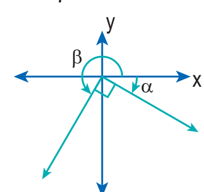
A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
D) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

29. Del gráfico; si $\text{sen}\theta + 2\cos\theta = 0$, calcula a.



A) 3 B) 11 C) 5
D) 17 E) –6

30. Del gráfico, halla: $\tan\alpha . \tan\beta$.



A) 1 B) –1 C) 2
D) –2 E) $-\sqrt{2}$

31. Si: $0° < x < 360°$, además $\text{sen}x = \tan 2\pi$.

Calcula: $\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) + \cot\left(\frac{x}{4}\right) + \csc\left(\frac{x}{6}\right)$

A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) 2 C) 3
D) 4 E) $\frac{3}{2}$

32. ¿A qué cuadrante pertenece β, si $\text{sen}\beta\sqrt{-\tan\beta} < 0$?

A) IC B) IIC C) IIIC
D) IVC E) Es cuadrantal.

Resolución de problemas

33. Si α y β son dos ángulos positivos, menores de una vuelta en posición normal, tales que sus lados terminales forman un ángulo recto, además: $\tan\beta < 0 \wedge \alpha > \beta$. Halla el signo de las siguientes expresiones:
$A = \text{sen}\alpha + \cos\alpha$; $N = \cos\frac{\alpha}{2} - \text{sen}\frac{\beta}{2}$ y $P = \text{sen}2\alpha - \text{sen}2\beta$

A) (–); (–); (+) B) (+); (+); (–) C) (+); (+); (+)
D) (–); (–); (–) E) (+); (–); (+)

34. Sea θ un ángulo positivo y menor a una vuelta, tal que $\theta \in IIIC$. Halla el signo de las siguientes expresiones trigonométricas:

$$A = \frac{\tan\left(\frac{\theta}{3}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\theta}{4}\right)\cos\left(\frac{3\theta}{4}\right)} \qquad B = \frac{\text{sen}\left(\frac{\theta}{4}\right)\cos\left(\frac{\theta}{5}\right)}{\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\text{sen}\left(\frac{\theta}{3}\right)}$$

$$C = \frac{\cot\left(\frac{3\theta}{4}\right)\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\theta}{5}\right)\cos\left(\frac{\theta}{4}\right)}$$

A) (–)(+)(+) B) (–)(–)(–) C) (+)(–)(–)
D) (+)(–)(+) E) (–)(–)(+)

Claves

NIVEL 1			NIVEL 3	
1.	8. C	15. C	23. B	30. B
2.	9. C	16. E	24. C	31. D
3. A	10. C	17. C	25. D	32. D
4. A	11. D	18. E	26. D	33. A
5. D	NIVEL 2	19. D	27. B	34. B
6. C	12.	20. A	28. D	
7. D	13. E	21. A	29. A	
	14. A	22. E		

Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: ÁNGULOS VERTICALES

1 Calcula la altura de un árbol, si el ángulo de elevación de su extremo superior aumenta desde 30° hasta 60° cuando el observador avanza 80 m hacia el árbol.

A) 40 m B) $40\sqrt{3}$ m C) 80 m
D) $80\sqrt{3}$ m E) 60 m

2 Dado un punto ubicado a 20 m de la base de una torre, se observa la parte superior de la misma con un ángulo de elevación α ($\tan\alpha = 3$). Si nos alejamos de este punto 10 m en la dirección opuesta a la torre, el ángulo de elevación es ϕ. ¿Cuánto vale la $\tan\phi$?

A) 1 B) 3 C) 5
D) 2 E) 4

3 Desde lo alto de un faro se ve un bote con un ángulo de depresión de 30° y luego otro bote en la misma línea con un ángulo de depresión de 60°. Halla la distancia que existe entre los botes, si la altura del faro mide $20\sqrt{3}$ m.

A) 20 m B) 30 m C) 40 m
D) 60 m E) 50 m

4 Desde lo alto de un faro de 45 m, se observa a 2 delfines que se hallan en el mar y en una misma dirección del observador, con ángulos de depresión de 45° y 37°. Halla la distancia que separa a los delfines.

A) 15 m B) 16 m C) 18 m
D) 21 m E) 24 m

5 Una persona de 2 m de estatura, observa la parte superior de un edificio de 62 m de altura con un ángulo de elevación cuya tangente es 0,6. ¿A qué distancia de la base del edificio se encuentra la persona?

A) 30 m B) 60 m C) 90 m
D) 100 m E) 150 m

6 Desde el último piso de un edificio se observa un avión con un ángulo de elevación de 37°. Si la altura a la que vuela el avión es de 1000 m y la altura del edificio es de 100 m, calcula la distancia del avión al último piso del edificio.

A) 1000 m B) 1500 m C) 2500 m
D) 900 m E) 1350 m

7 Desde tierra se ve lo alto de una torre con un ángulo de elevación de 45°. Si se avanza 3 m más se ve con un ángulo de elevación de 53°. Calcula la medida de la segunda línea visual, si la distancia de la primera posición hasta la torre es 12 m.

A) 16 m B) 17 m C) 15 m
D) 14 m E) 12 m

8 Un niño ve la parte más alta del edificio con un ángulo de elevación de 53° y ve la parte más baja con un ángulo de depresión de 37°. Si la distancia entre el niño y el edificio es 12 m, calcula la altura del edificio.

A) 25 m B) 35 m C) 16 m
D) 20 m E) 15 m

9 Desde un punto en tierra ubicado a 18 m de un poste, se observa lo alto de él con un ángulo de elevación α notándose que la visual mide 36 m. ¿Cuál es el valor de α?

A) 60° B) 30° C) 37°
D) 53° E) 74°

10 Un avión en línea recta y horizontalmente a una altura de 1200 m, desde un punto en tierra es observado con un ángulo de elevación de 53°. Calcula la distancia entre dicho punto y el avión.

A) 1800 m B) 1600 m C) 1500 m
D) 2000 m E) 2400 m

11 Dos observadores que están en una misma línea con la base de un edificio, observan la parte más alta de este con ángulos de elevación de 37° y 53°. Si los observadores están distanciados 35 m, calcula la altura del edificio.

A) 36 m B) 60 m C) 48 m
D) 40 m E) 50 m

12 Desde la azotea de dos edificios de 24 m y 12 m de altura se observa un punto en el suelo, ubicado entre ambos edificios con ángulos de depresión de 53° y 37° respectivamente. Calcula la distancia entre ambos edificios.

A) 28 m B) 38 m C) 17 m
D) 34 m E) 26 m

13 Desde lo alto de un monumento de 30 m de altura se observa dos piedras que están sobre el terreno en la misma dirección respecto del monumento, con ángulos de depresión de 45° y 30°. ¿Qué distancia separa a las piedras?

A) $20(\sqrt{3}-1)$ m B) $30(\sqrt{3}-1)$ m
C) $15(\sqrt{3}-1)$ m D) $28(\sqrt{2}-1)$ m
E) $15(\sqrt{2}-1)$ m

14 Desde un helicóptero se observan dos barcos con ángulos de depresión de 30° y 37°. Si en ese instante el helicóptero se encuentra a 120 m, ¿cuál es la distancia entre los barcos?

A) $(3\sqrt{3}-4)$ m B) $40(3\sqrt{3}-4)$ m
C) $(3\sqrt{3}+4)$ m D) $(\sqrt{3}+4)$ m
E) $20(3\sqrt{3}-4)$ m

Claves

1. B	3. C	5. D	7. C	9. A	11. B	13. B
2. D	4. A	6. B	8. A	10. C	12. D	14. B

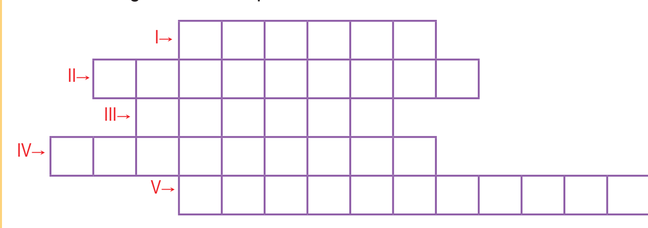
Practiquemos



NIVEL 1

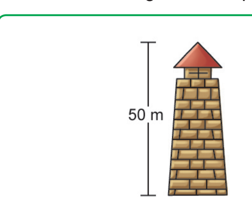
Comunicación matemática

1. **Crucigrama**
   Completa el siguiente crucigrama y descubre el nombre de un matemático.
   I. Figura geométrica formada por dos líneas que parten de un mismo punto.
   II. Ángulo formado por la línea horizontal y la línea visual cuando el objeto se encuentra por encima de la línea horizontal.
   III. Tipo de línea, que une el ojo de un observador con un objeto que se observa.
   IV. Ángulo formado por la línea horizontal y la línea visual cuando el objeto se encuentra por debajo de la línea horizontal.
   V. Ángulo formado por dos líneas visuales.



Matemático alemán, considerado "El príncipe de las matemáticas".

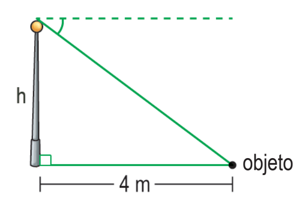
2. Dibuja el enunciado.
   Desde lo alto de una torre de 50 m se observa un objeto en el suelo con un ángulo de depresión de 53°.



Razonamiento y demostración

3. Halla la altura h del poste.
   Donde:
   - El ángulo de depresión del poste hacia el objeto es 37°.

   A) 8 m
   B) 7 m
   C) 6 m
   D) 5 m
   E) 3 m



4. Halla la distancia x entre la hormiga y el edificio.
   Donde:
   - El ángulo de depresión del edificio a la hormiga es: θ

   A) $h\cos\theta$
   B) $h\sec\theta$
   C) $h\cot\theta$
   D) $h\tan\theta$
   E) $h\operatorname{sen}\theta$

Resolución de problemas

5. Un niño observa su cometa con un ángulo de elevación de 30°. Halla la altura de la cometa con respecto al piso, si ha soltado 60 m del hilo para volarla.

   A) 20 m B) 10 m C) 35 m D) 30 m E) 40 m

6. Desde un punto en tierra se observa lo alto de un poste con un ángulo de elevación de 37°. Si el punto de observación está a 24 m de la base del poste; halla su altura.

   A) 16 m B) 18 m C) 20 m D) 25 m E) 16 m

7. Una persona observa la parte más alta de un edificio de 72 m con ángulo de elevación de 37°. Halla a qué distancia al pie del edificio se encuentra la persona.

   A) 36 m B) 80 m C) 96 m D) 144 m E) 112 m

8. Un ciclista recorre un plano que está inclinado 30° y llega a la cima después de 500 m. ¿A qué altura de la base se encuentra?

   A) 250 m B) 200 m C) 180 m D) 300 m E) 280 m

9. Dos personas que están separadas una distancia de $10(\sqrt{3}+1)$m observan, en un mismo instante, una paloma que se ubica entre ellos con ángulos de elevación de 30° y 45°. Calcula la altura de vuelo en ese momento.

   A) 10 m B) 9 m C) 12 m D) 13 m E) 15 m

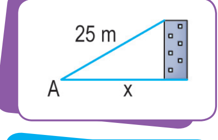
10. Una persona observa un objeto que está en caída con un ángulo de elevación de 60°, luego de un momento lo vuelve a observar con un ángulo de elevación de 30°. Si en la primera observación se encontraba a 60 m de altura, ¿a qué altura estará en la segunda observación?

    A) 10 m B) 15 m C) 20 m D) 25 m E) 30 m

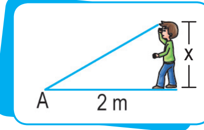
NIVEL 2

Comunicación matemática

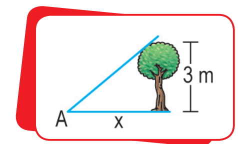
11. Relaciona según corresponda, si el ángulo de elevación del punto A es 37°.



x = 4 m

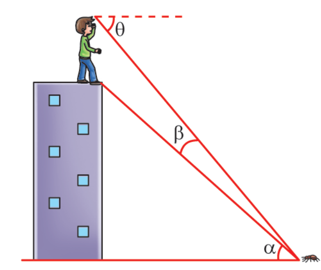


x = 20 m



x = 1,5 m

12. Observa la gráfica y luego completa:



α:

β:

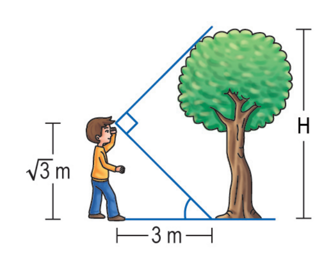
θ:

Razonamiento y demostración

13. Halla H.

Donde:

- El ángulo de observación: 90°

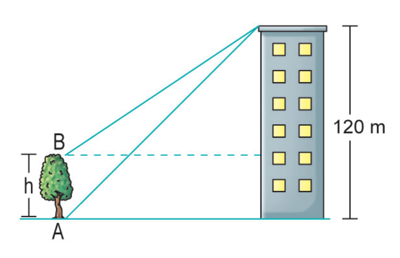


A) $\sqrt{3}$ m B) $2\sqrt{3}$ m C) $4\sqrt{3}$ m
D) 4 m E) 2 m

14. Halla la altura del árbol.

Donde:

- El ángulo de elevación del punto B: 37°
- El ángulo de elevación del punto A: 45°



A) 30 m B) 25 m C) 40 m D) 24 m E) 28 m

Resolución de problemas

15. Desde un punto en un terreno horizontal el ángulo de elevación hacia la parte superior de una torre es de 15°, acercándose 100 m en línea recta el ángulo de elevación es ahora de 30°. Halla la altura de la torre.

A) 60 m B) 50 m C) 48 m D) 46 m E) 47 m

16. Un alumno observa la parte más alta de una torre de 120 m de altura con un ángulo de elevación de 37°. ¿Cuánto deberá acercarse hacia la torre para que al volver a observar el punto anterior lo haga con un ángulo de elevación de 45°?

A) 40 m B) 30 m C) 45 m D) 46 m E) 50 m

17. En un determinado instante, desde un avión que se desplaza en forma horizontal, se ven dos puntos en el suelo, uno por delante y el otro por detrás del avión con ángulos de depresión de 45° y 30° respectivamente, determina la distancia entre los puntos observados sabiendo que la altura del avión respecto a los puntos observados es $4(\sqrt{3}+1)$ km.

A) 13 km B) $8\sqrt{3}$ km C) $(13+8\sqrt{3})$ km
D) $(8+13\sqrt{3})$ km E) $(16+8\sqrt{3})$ km

18. Un niño camina hacia un edificio y observa lo alto del mismo con ángulo de elevación θ, y después de caminar 10 m, observa la misma altura con un ángulo de elevación β. Si la altura del edificio es 35 m, halla: $E = \cot\theta - \cot\beta$

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{3}{8}$

19. Una persona colocada a 36 m de una torre observa su parte más alta con un ángulo de elevación α ($\tan\alpha = 7/12$). ¿Qué distancia debería alejarse para que el ángulo de elevación sea θ, donde $\tan\theta = 1/4$?

A) 36 m B) 40 m C) 42 m D) 46 m E) 48 m

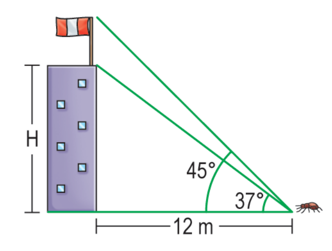
20. Una hormiga observa la punta de un mástil con un ángulo de elevación θ, luego se acerca una distancia D en dirección al mástil y observa el mismo punto anterior con un ángulo de elevación β. Encuentra la altura del mástil.

A) $D\cot\theta \ \cot\beta$ B) $\dfrac{D}{\cot\theta - \cot\beta}$ C) $D(\cot\theta - \cot\beta)$
D) $D\tan\theta \ \tan\beta$ E) $\dfrac{D}{\cot\theta + \cot\beta}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Según la gráfica:



Indica verdadero a falso según corresponda.

I. La hormiga divisa lo alto de la bandera con un ángulo de elevación 45°. ( )

II. La hormiga divisa lo alto del edificio con un ángulo de elevación 37°. ( )

III. La altura del edificio es 9 m. ( )

IV. El ángulo de observación de la hormiga hacia la bandera es 8°. ( )

22. Completa el enunciado:

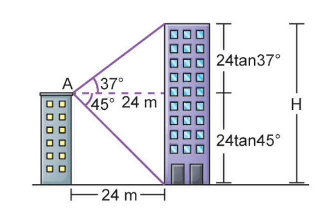
El _______ es el ángulo formado por la _______ y la _______, cuando el objeto se encuentra por _______ de la _______ .

Con las siguientes palabras:
a. Línea horizontal
b. Ángulo de depresión
c. Debajo
d. Línea visual

Razonamiento y demostración

23. Halla H.

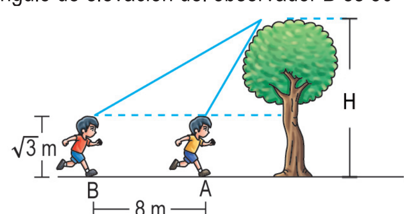
Donde
- El ángulo de elevación del punto A es 37°.
- El ángulo de depresión del punto A es 45°.



A) 38 m B) 35 m C) 42 m
D) 36 m E) 40 m

24. Halla H.

Donde:
- El ángulo de elevación del observador A es 60°.
- El ángulo de elevación del observador B es 30°.



A) $10\sqrt{3}$ m B) $8\sqrt{3}$ m C) $6\sqrt{3}$ m
D) $2\sqrt{3}$ m E) $5\sqrt{3}$ m

Resolución de problemas

25. Un bote que está frente a un faro, es visto desde la parte superior del faro con un ángulo de depresión α, luego el bote se acerca y es visto desde el faro con un ángulo de depresión β. Calcula la distancia que se ha desplazado, si la altura del faro es 10 m. Además: $\cot\alpha - \cot\beta = 4$

A) 28 m B) 30 m C) 40 m D) 46 m E) 49 m

26. Los edificios de altura H y h (H > h) están separados una distancia d. Desde el punto más alto del edificio de altura H se observa los puntos más alto y más bajo del otro edificio con un ángulo de depresión de 30° y 60°, respectivamente. Halla H/h.

A) 2,5 B) 1,5 C) 2 D) 1 E) 1,8

27. Desde lo alto de un muro se ve con un ángulo de elevación θ la parte más alta de un edificio. Si desde la mitad del muro, se observa el mismo punto con un ángulo de elevación de 60°, halla $\tan\theta$, si la altura del muro es a la altura del edificio como 1 a 7.

A) $6\sqrt{3}$ B) $\frac{12\sqrt{3}}{13}$ C) $\frac{13\sqrt{3}}{12}$
D) $11\sqrt{3}$ E) $\frac{11\sqrt{3}}{13}$

28. Halla la distancia a la que se encuentra un observador del pie de un pedestal de 4 m que tiene encima a una estatua de 5 m. Si además, el ángulo de elevación para la parte superior de la estatua es el doble del ángulo de elevación para la parte superior del pedestal.

A) 6 m B) 8 m C) 10 m
D) 9 m E) 12 m

29. A 20 m de la base de una torre un hombre observa la parte más alta con un ángulo de elevación α. Luego se aleja en línea recta otros 20 m y ahora lo ve con un ángulo de elevación β.
Si $\tan\alpha + \tan\beta = 0{,}75$ y el hombre mide 1,7 m. Halla la altura de la torre.

A)10,8 B) 11,7 C) 11,4
D) 9,6 E) 9,5

30. Un alumno ubicado en un camino que forma un ángulo θ con la horizontal observa la parte más alta de una torre de 20 m que está sobre el camino con un ángulo de elevación 2θ. Si se acerca a la torre una distancia de 50 m el nuevo ángulo de elevación es 3θ. Calcula $\text{sen}\theta$.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3. E
4. C
5. D
6. B
7. C
8. A
9. A
10. C

NIVEL 2
11.
12.
13. C
14. A
15. B
16. A
17. E
18. D
19. E
20. B

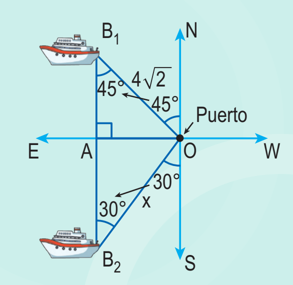
NIVEL 3
21.
22.
23. C
24. E
25. C
26. B
27. B
28. E
29. B
30. D

MARATÓN Matemática

Desde un puerto salen dos barcos en direcciones E45°N y E30°S al este del sur; luego de recorrer $4\sqrt{2}$, km el primero ve al segundo al sur. Calcula la distancia que recorría al segundo barco.

Resolución:

- Denotamos el recorrido de los barcos en el plano cartesiano.



- Del gráfico, tenemos: $OA = OB_1(\text{sen}45°) = x(\text{sen}30°)$
- Reemplazamos:

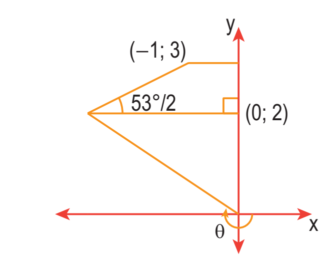
$$4\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = x\left(\frac{1}{2}\right)$$

$\therefore$ x = 8 km

1. Dos personas (de la misma altura) y una antena equidistan entre sí. Si observan la antena de 16 m con un ángulo de elevación de 53°, calcula la distancia entre las personas.

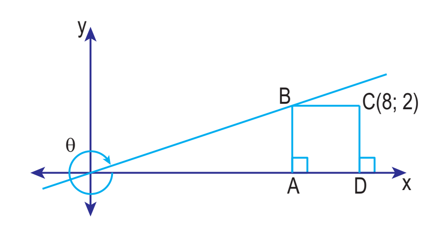
A) 12 m B) 10 m C) 20 m
D) 8 m E) 24 m

2. Del gráfico, calcula: $3\tan\theta$



A) –3 B) –2 C) 3
D) 6 E) 2

3. Si ABCD es un cuadrado, calcula $\tan\theta$.



A) 4 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{3}$ E) 3

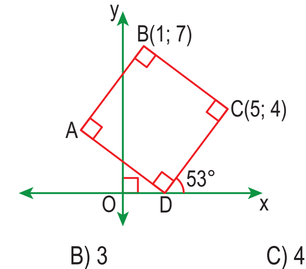
4. Si las rectas:

L_1: $(a - 2)x - 3y + 8 = 0$ $\wedge$
L_2: $(2 - 2a)x + (2a + 1)y + 6 = 0$

poseen igual pendiente.
Calcula el valor de a. $(a > 1)$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

5. Del gráfico, calcula la ordenada del punto A, si ABCD es un cuadrado.

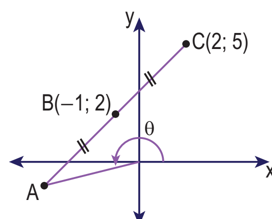


A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 5

6. Sobre una recta se ubican los puntos A(–4; –1), B y C(8; 5) respectivamente, tal que $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$. Calcula las coordenadas del punto B.

A) (1; 0) B) (2; 1) C) (–1, 2)
D) (–1; –2) E) (0; 1)

7. Del gráfico: AB = BC.



Calcula: $\tan\theta$

A) 1/2 B) 1/3 C) 1/4
D) 3/4 E) $\sqrt{2}/2$

8. Si $25\text{sen}^2\theta + 10\text{sen}\theta - 8 = 0$; $\theta \in$ IIIC
Calcula: $\cos\theta + 1$

A) O B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$

9. Si: $\cos\theta = \frac{12}{13}$ $\wedge$ $\tan\theta < 0$
¿A qué cuadrante pertenece θ?

A) IVC B) IIIC C) IC
D) IIC E) No se puede determinar


Unidad 4
Trigonometría
Trigonometría
Trigonometría
Trigonometría
Trigo
ometría
Trigonometría

RECUERDA

Hiparco de Nicea
Astrónomo griego

Hiparco nació en Nicea, Bitinia (hoy Iznik, Turquía) alrededor de 190 a. C. Extremadamente preciso en sus investigaciones que conocemos en parte por comentarse en el tratado científico *Almagesto* del astrónomo alejandrino Tolomeo, sobre quien ejerció gran influencia. Comparando sus estudios sobre el cielo con los de los primeros astrónomos, descubrió la precesión de los equinoccios. Sus cálculos del año tropical, duración del año determinada por las estaciones, tenían un margen de error de 6,5 minutos con respecto a las mediciones modernas. Inventó un método para localizar posiciones geográficas por medio de latitudes y longitudes. En geografía, fue el primero en dividir la Tierra en meridianos y paralelos, haciendo usual los conceptos de longitud y latitud de un lugar o espacio, e intentó proyectar fielmente la Tierra esférica en un mapa bidimensional. Catalogó, hizo gráficos y calculó el brillo de unas mil estrellas. También recopiló una tabla de cuerdas trigonométricas que fueron la base de la trigonometría moderna. Falleció alrededor de 120 a. C.

Reflexiona

- *Para disculparse auténticamente es necesario ser dueño de uno mismo y tener una seguridad profunda respecto a principios y valores fundamentales.*
- *Las personas con poca seguridad interior no pueden disculparse, porque ello las lleva a sentirse demasiado vulnerables.*
- *El débil es el cruel. La amabilidad solo puede esperarse del fuerte.*
  ¡Aquel que domina su cólera, domina al peor enemigo de los que buscan el éxito!

¡Razona...!

Cinco amigas han competido en la maratón de “Los Andes”. Al preguntarles quién fue la ganadora, respondieron:

– Sonia: “Ganó Raquel”.
– Raquel: “Ganó Iris”.
– Iris: “Ganó Maribel”.
– Pamela: “Yo no gané”.
– Maribel: “Iris mintió cuando dijo que yo gané”.

Si una de ellas es la ganadora y solamente es cierta una de la afirmaciones, ¿quién ganó la competencia?

A) Iris B) Sonia C) Raquel
D) Pamela E) Maribel

Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

1 Calcula:

$M = \dfrac{\sec 300° - \cos 135°}{\text{sen}135° - \csc 210°}$

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
D) 0 E) 1

2 Calcula:

$E = \dfrac{\text{sen}120° \,.\, \tan 315°}{\text{sen}240° \,.\, \cos 300°}$

A) 2 B) 6 C) –3
D) 4 E) 5

3 Calcula:

$\text{sen}150° + 2\cos210° + \tan300° + \text{sen}330°$

A) $-\sqrt{3}$ B) 2 C) $-2\sqrt{3}$
D) 4 E) $\sqrt{2}$

4 Calcula:

$\tan150° + \tan135° + \tan120°$

A) $2\sqrt{3}$ B) $\dfrac{4\sqrt{3}+3}{3}$
C) $\dfrac{-4\sqrt{3}-3}{3}$ D) $5\sqrt{3}$
E) $-\sqrt{3}-1$

5 Determina:

$\text{sen}^2(405°) + \cos^2(480°)$

A) $\sqrt{3}$ B) $\dfrac{1}{2}$ C) $\dfrac{3}{4}$
D) $\sqrt{2}$ E) 1

6 Calcula:

$M = \text{sen}^2 3360° \,.\, \cos^3 1950°$

A) $\dfrac{9\sqrt{3}}{32}$ B) $-\dfrac{9\sqrt{3}}{32}$ C) $\dfrac{32}{9\sqrt{3}}$
D) $-\dfrac{32}{9\sqrt{3}}$ E) $3\sqrt{3}$

7 Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

( ) $\tan(180° + x) = -\tan x$

( ) $\cos(360° - x) = -\cos x$

( ) $\text{sen}(360° - x) = -\text{sen}x$

A) FFF B) VFV C) FFV
D) VVF E) FVV

8 Convierte a su equivalente:

$$Q = \frac{\tan(90° + x) - \cot(270° - x)}{\csc(360° + y) + \text{sen}(180° - y)}$$

A) $\frac{-\cot x + \tan x}{\csc y + \text{sen}y}$ B) $\frac{-\tan x - \cot x}{\csc y + \text{sen}y}$ C) $\frac{\cot x + \tan x}{\csc y - \text{sen}y}$

D) $\frac{\tan x + \cot x}{\csc y + \text{sen}y}$ E) $\frac{\tan x - \cot x}{\text{sen}y - \csc y}$

9 Calcula:

$Q = \text{sen}(-45°)[\cos(-30°) - \tan(-60°)]$

A) $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ B) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ C) $\frac{3\sqrt{7}}{8}$

D) $\frac{4}{3\sqrt{6}}$ E) $-\frac{3\sqrt{6}}{4}$

10 Calcula:

$E = 3\tan 225° - 4\cos 120° + 3\cot 135°$

A) 1 B) –1 C) 0
D) –2 E) 2

11 Calcula:

$M = 6\sqrt{3}\ (\cot 240°)$

A) 4 B) 6 C) 2
D) 3 E) 8

12 Calcula:

$N = 3\sqrt{3} - 2\cos 150°$

A) $4\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{3}$ E) 4

13 Si cos10° = a, a que es igual:

$E = \text{sen}100° \cdot \cos 190°$

A) a^2 B) a^4 C) $-a^4$
D) a E) $-a^2$

14 Si: $\csc(90 - A) - x\cos A \cdot \cot(90 - A) = \text{sen}(90 - A)$

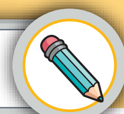
El valor de x es:

A) senA B) cosA C) tanA
D) secA E) cscA

Claves

1. E	3. C	5. C	7. C	9. E	11. B	13. E
2. A	4. C	6. B	8. B	10. E	12. A	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

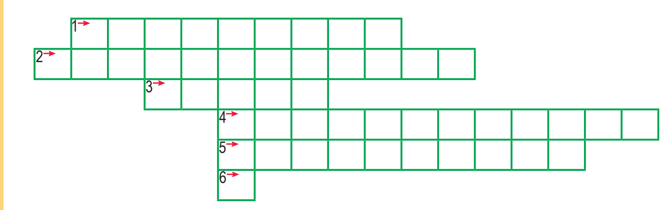
Comunicación matemática

1. Crucigrama

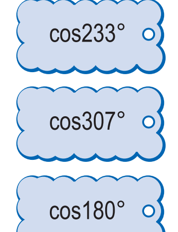
Completa el siguiente crucigrama y descubre el nombre de un matemático.

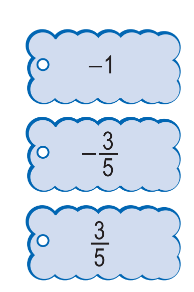
1. Hipotenusa entre cateto opuesto.
2. Ángulo en posición normal, cuyo lado final coincide con un semieje del plano cartesiano.
3. Tipo de ángulo cuya medida es menor a 90° y mayor a 0°.
4. Ángulos trigonométricos que poseen el mismo vértice, el mismo lado inicial y final.
5. Lado de mayor longitud de un triángulo rectángulo.
6. Valor de H, donde:

   $H = -y\,\text{sen}(180° + 30°) + y\,\text{sen}(180° - 30°)$



2. Relaciona según corresponda:





Razonamiento y demostración

3. Halla: sen1560°

A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. Halla: tan1230°

A) $-\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{3}{4}$
D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $-\frac{3}{4}$

5. Calcula: tan855°

A) $\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) 1
D) –1 E) $\frac{3}{4}$

6. Reduce al primer cuadrante: sec2360°

A) sec20° B) 2 C) –2
D) $\frac{1}{2}$ E) –sec20°

7. Reduce al primer cuadrante: tan2870°

A) tan10° B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
D) –tan10° E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

8. Calcula: tan3540°

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{3}{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $-\sqrt{3}$

9. Calcula: sec4650°

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $-\frac{1}{2}$

10. Halla: tan(–300°)

A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) $-\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{3}$ E) 2

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

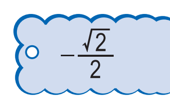
I. sen(160°) = sen20° ( )
II. cos250° = –sen20° ( )
III. sen340° = –sen20° ( )

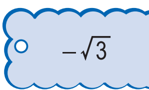
12. Relaciona según corresponda:

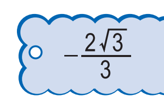


sen315°

sec150°







Razonamiento y demostración

13. Halla:

$A = 2 - 10\text{sen}330°$

A) 12 B) 14 C) 8
D) 7 E) 9

14. Calcula:

$E = 4\sqrt{3}(\cos 210°)$

A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$
D) 6 E) –6

15. Halla:

$S = \sqrt{2}\cos 315°$

A) 1 B) 2 C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D) $2\sqrt{2}$ E) 4

16. Calcula:

$E = 2 - \tan 135°$

A) 1 B) 0 C) 3
D) –2 E) 4

17. Calcula:

$E = \cot 135° + \tan 135°$

A) 0 B) C) –2
D) –3 E) –4

18. Calcula:

$R = \text{sen}120° + \cos 210°$

A) 2 B) –2 C) 0
D) 4 E) 3

19. Calcula:

$E = \sqrt{2} + \sec 225°$

A) 1 B) –1 C) 0
D) –2 E) 2

20. Calcula: $M = 3 - \sec 3000°$

A) 3 B) 4 C) 1
D) 5 E) 6

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $\text{sen}(90° + x) = \cos x$ ( )
II. $\cos(90° - x) = \text{sen}x$ ( )
III. $\tan(180° + x) = \tan x$ ( )

22. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $(270° - x) \in$ IIIC ( )
II. $(180° - x) \in$ IIC ( )
III. $(360° - x) \in$ IVC ( )

Razonamiento y demostración

23. Halla el valor de:

$R = 1 + 8(\cos 405°)^2$

A) 5 B) 6 C) 9
D) 3 E) 12

24. Halla:

$S = 4 - 6\sqrt{3}(\text{sen}300°)$

A) 23 B) 15 C) 16
D) 10 E) 13

25. Calcula:

$M = -\sqrt{3}[\csc(-120°)]$

A) 4 B) 2 C) 3
D) 6 E) 8

26. Calcula:

$M = 8(\text{sen}120°)^2 - 1$

A) 5 B) 10 C) 13
D) 9 E) 14

27. Calcula:

$T = \sqrt{3}(4\sqrt{3} - \tan 300°)$

A) 12 B) 6 C) 8
D) 15 E) 18

28. Halla:

$A = \sqrt{8\sqrt{3}(\sec 330°)}$

A) 6 B) 3 C) 1
D) 4 E) 2

29. Calcula:

$R = 6\sqrt{3}[\sec(-210°)]$

A) –8 B) –24 C) –48
D) –12 E) –10

30. Halla: x

$(\csc 150°)^{2x-6} = 256$

A) 9 B) 10 C) 4
D) 11 E) 7

Claves

NIVEL 1	7. D	13. D	20. D	26. A
1.	8. E	14. E	NIVEL 3	27. D
2.	9. D	15. A	21.	28. D
3. C	10. B	16. C	22.	29. D
4. D	NIVEL 2	17. C	23. A	30. E
5. D	11.	18. C	24. E	
6. E	12.	19. C	25. B	

Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

1 Simplifica:

$L = \cos^2\alpha(1 + \tan^2\alpha)$

A) $\cos\alpha$ B) $\tan\alpha$ C) 1
D) $1 + \tan\alpha$ E) -1

2 Reduce la siguiente expresión:

$C = \sqrt{\dfrac{\sec^2x\csc^2x - \csc^2x}{\sec^2x\csc^2x - \sec^2x}}$; $x \in IC$

A) senx B) tanx C) $-$cosx
D) $-$senx E) $-$tanx

3 Si: $\cos^2x + \tan^2x = 1$

Halla el valor de:

$R = \sec x + \cos x$

A) 2 B) -1 C) 1
D) -2 E) 0

4 Si $2\text{sen}\alpha - \cos\alpha = 0$

Halla el valor de $\csc^2\alpha$

A) 2 B) 5 C) 3
D) 7 E) 4

5 Reduce:

$A = \dfrac{\text{sen}x}{\csc x} + \dfrac{\cos x}{\sec x}$

A) senxcosx B) secxcscx C) tanx
D) cotx E) 1

6 Simplifica:

$A = \dfrac{\cos^2x}{1 + \text{sen}x} - \dfrac{\text{sen}^2x}{1 + \cos x}$

A) cosx + senx B) cosx $-$ senx
C) senx $-$ cosx D) senxcosx
E) 1

7 Si: $\tan x + \cot x = 3$

Calcula: $Q = \operatorname{sen}x(\csc x + \cos x) + \csc x(\operatorname{sen}x + \sec x)$

A) $\frac{7}{3}$ B) 3 C) 6
D) $\frac{17}{6}$ E) $\frac{16}{3}$

8 Si: $(4\operatorname{sen}x + \cos x)^2 + (\operatorname{sen}x + 4\cos x)^2 = m + n\operatorname{sen}x \cdot \cos x$

Halla el valor de: $m - n$

A) –4 B) 4 C) –1
D) 0 E) 1

9 Reduce la siguiente expresión:

$L = \operatorname{sen}\theta(\csc\theta + \operatorname{sen}\theta) + \cos\theta(\sec\theta + \cos\theta) - 2$

A) 2 B) –1 C) 1
D) 0 E) –2

10 Simplifica:

$D = \dfrac{[(\operatorname{sen}x + \cos x)^2 - 1]\csc x}{2\cos x}$

A) 1 B) –1 C) 2
D) 4 E) –2

11 En la igualdad, calcula M, si: $\tan^2x - \operatorname{sen}^2x = \tan^2x \cdot M$

A) $\cos x$ B) $\cos^2x$ C) $\operatorname{sen}x$
D) sen^2x E) 1

12 Reduce:

$\dfrac{\tan^2x - 1}{\cot^2x - 1} + \sec^2x$

A) 2 B) –1 C) 1
D) –2 E) $\frac{1}{2}$

13 Reduce: $E = (\csc x - \cot x)(1 + \cos x)$

A) 1 B) $\operatorname{sen}x$ C) $\cos x$
D) sen^2x E) $\cos^2x$

14 Si $\operatorname{sen}x + \cos x = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Calcula: $\operatorname{sen}x\cos x$

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{2}{5}$
D) $-\frac{1}{8}$ E) $-\frac{1}{9}$

Claves

1. C	3. A	5. E	7. E	9. C	11. D	13. B
2. B	4. B	6. B	8. E	10. A	12. C	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. En los siguientes espacios, completa las razones trigonométricas que correspondan para que se cumplan las igualdades:

I. $\tan\beta \cdot \square = 1$

II. $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\square}$

III. $\text{sen}^2\alpha = 1 - \square$

IV. $\tan\theta = \dfrac{1}{\cos\theta\ \square}$

V. $\sec^2\gamma - \square = 1$

2. Completa (V) verdadero o (F) falso según corresponda.

A. $2\text{sen}^2\alpha + 2\cos^2\alpha = 1$ ( )

B. $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = \dfrac{\text{sen}\alpha \cdot \csc\alpha}{\cos\alpha \cdot \sec\alpha}$ ( )

C. $\cot\alpha \cdot \text{sen}\alpha = \cos\alpha$ ( )

D. $\sec^2\alpha - 2\tan^2\alpha = 1$ ( )

E. $\tan\alpha + \cot\alpha = \sec\alpha \cdot \csc\alpha$ ( )

Razonamiento y demostración

3. Reduce:

$A = (3\text{senx} + \cos x)^2 + (\text{senx} - 3\cos x)^2$

A) 9 B) 10 C) 6
D) 12senx.cosx E) 6senx.cosx

4. Reduce:

$L = \sec^2 x.\cot x.\text{senx}$

A) 1 B) cosx C) secx
D) tanx E) cscx

5. Reduce:

$C = \dfrac{(\text{senx} + \cos x + 1)(\text{senx} + \cos x - 1)}{\text{senx}\cos x}$

A) 1 B) 2 C) 4
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

6. Reduce:

$D = \sec^2 x\csc^2 x - (\tan x - \cot x)^2$

A) 0 B) 2 C) 1
D) 4 E) 8

7. Reduce: $L = \dfrac{\sec x\csc x + \tan x}{\tan x}$

A) $1 + \cot^2 x$ B) $1 + \csc^2 x$ C) $1 + \tan^2 x$
D) $1 + \sec^2 x$ E) $1 + \text{sen}^2 x$

8. Reduce: $U = \dfrac{(\text{senx} - 1)^2 + (\cos x - 1)^2 - 1}{1 - \text{senx} - \cos x}$

A) 1 B) 2 C) 4
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

9. Simplifica:

$L = (\text{sen}^2 x - \cos^2 x)^2 + 4\text{sen}^2 x\cos^2 x$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) –1

10. Reduce: $A = \dfrac{\sec\theta - \cos\theta}{\csc\theta - \text{sen}\theta}$

A) $\cot^3\theta$ B) $\cot^2\theta$ C) $\tan\theta$
D) $\tan^2\theta$ E) $\tan^3\theta$

Resolución de problemas

11. De la siguiente igualdad: $\csc x \cdot \tan x \cdot \cos^2 x - \dfrac{\cot x}{\csc x} = a\text{senx}$.

Halla el valor de: $a^2 + 1$

A) 5 B) 10 C) 17
D) 1 E) 2

12. Halla el valor de M, para que se cumpla la igualdad.

$(M\sec x - \cos x)(\csc x - \text{senx}) = \text{senx} \cdot \cos x$

A) 0 B) –1 C) 1
D) 2 E) –2

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. De las siguientes proposiciones:

I. $\tan x \cdot \cos x = \text{senx}$

II. $\tan x + \cot x = \csc x$

III. $\text{sen}^3 x \cdot \csc x + \cos^3 x \cdot \sec x = 1$

IV. $\text{sen}^4\theta + \cos^4\theta = 1 - 3\text{sen}^2\theta \cdot \cos\theta$

Son falsas:

A) solo I B) solo III C) II y III
D) II y IV E) III y IV

14. Relaciona con una línea según corresponda:

$\tan x + \cot x$	•	•	$\text{sen}^2x - \cos^2x$
$(\csc x + \cot x)(\csc x - \cot x)$	•	•	1
$\tan x \,.\, \cos x$	•	•	1
$\text{sen}^4x - \cos^4x$	•	•	$\text{sen}x$
$\dfrac{\text{sen}x}{\csc x} + \dfrac{\cos x}{\csc x}$	•	•	$\sec x \,.\, \csc x$

Razonamiento y demostración

15. Reduce:

$C = \tan^2x.\cos x.\csc x$

A) 1 B) tanx C) cotx
D) secx E) senx

16. Simplifica:

$$I = \frac{\text{sen}x.\sec x.\tan x + \text{sen}^2x.\sec^2x}{\sec^2x - 1}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) $\frac{1}{2}$

17. Simplifica:

$$U = \frac{\tan x.\cos x + \text{sen}^2x.\csc x}{1 - \cos^2x}$$

A) cscx B) 2cscx C) 2cosx
D) 3secx E) 4senx

18. Simplifica:

$A = 6(\text{sen}^4x + \cos^4x) - 4(\text{sen}^6x + \cos^6x)$

A) 1 B) 2 C) 3
D) $\frac{3}{2}$ E) 3

19. Reduce:

$$C = \frac{\sec x.\csc x - \text{sen}x - \cot x}{1 - \cos x}$$

A) cosx B) tanx C) senx
D) cotx E) $\sec^2x$

20. Simplifica:

$$A = \frac{\cos\theta\,(1 + \tan\theta)}{\text{sen}\theta\,(1 + \cot\theta)}$$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

21. Reduce:

$$A = \frac{\csc\theta - \cos\theta}{\sec\theta - \text{sen}\theta}$$

A) $\tan\theta$ B) $\cot\theta$ C) $\text{sen}\theta$
D) $\cos\theta$ E) 1

Resolución de problemas

22. Sean las expresiones:

$A = \text{sen}x(\text{sen}x + \cos x - 1)$

$B = \sec x + \tan x(\cos x - 1) - 1$

Calcula la expresión que resulta de A/B:

A) senx + cosx B) senx + cosx + 1 C) senx – cosx
D) senx + cosx – 1 E) 1

23. Reduce la siguiente expresión:

$$R = \frac{\sec^4x + \csc^4x - \sec^4x.\csc^4x}{\csc^2x}$$

A) sen^2x B) $2\sec^2x$ C) $-\sec^2x$
D) $-2\sec^2x$ E) –2

NIVEL 3

Comunicación matemática

24. Compara las siguientes expresiones:

$$M = \frac{\text{sen}^4x + \cos^4x + 3}{\text{sen}^6x + \cos^6x + 5}$$

$N = (\tan x \,.\, \cos x)^2 + (\cot x \,.\, \text{sen}x)^2$

A) M = N B) 2M = N C) M = 2N
d) 2M = 3N E) 3M = 2N

25. De las siguientes identidades auxiliares. Halla el valor de A + B.

I. $(1 + \text{sen}x + \cos x)^2 = A(1 + \text{sen}x)(1 + \cos x)$

II. $\tan x + \cot x = B(\sec x \,.\, \cos x)$

A) 2 B) 3 C) 1
D) 0 E) –1

Razonamiento y demostración

26. Reduce:

$$L = \frac{(\tan x + 2\cot x)^2 + (2\tan x - \cot x)^2}{\tan^2x + \cot^2x}$$

A) 3 B) 5 C) 7
D) 9 E) 10

27. Reduce:

$$U = \frac{\sec^2 x . \csc^2 x - \tan^2 x - \cot^2 x}{\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x}$$

A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{2}$

D) 4 E) $\frac{1}{4}$

28. Simplifica:

$$D = \frac{\cos^2 x . \sec x + 2\cot x . \operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen}^2 x}$$

A) cosx B) secx C) senx

D) 3secx E) 2secx

29. Reduce:

$$A = \frac{\sec^2 x . \csc^2 x - \sec^2 x - 1}{\cot x}$$

A) 1 B) tanx C) cotx

D) $\cot^2 x$ E) $\tan^2 x$

30. Reduce:

$$U = \frac{(\operatorname{sen} x + \cos x)^2 + 4\tan x . \cos^2 x - 1}{(\operatorname{sen} x - \cos x)^2 + 4\cot x . \operatorname{sen}^2 x - 1}$$

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) $\frac{2}{3}$

31. Simplifica:

$$A = \frac{\operatorname{sen}\theta + \cot\theta}{\csc\theta + \tan\theta}$$

A) $\operatorname{sen}\theta$ B) $\tan\theta$ C) $\cos\theta$

D) $\sec\theta$ E) 1

32. Reduce:

$$L = \frac{(\operatorname{sen} x + \cos x + 1)(\operatorname{sen} x + \cos x - 1)}{\operatorname{sen} x . \cos x}$$

A) 2 B) 4 C) 8

D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

33. Reduce:

$$A = \frac{\sec x . \csc x - \cot x}{\operatorname{sen} x}$$

A) $\operatorname{sen}^2 x$ B) cosx C) cscx

D) secx E) $\sec^2 x$

Resolución de problemas

34. Simplifica la siguiente expresión:

$$C = \sqrt{\frac{\sec^2 x + \csc^2 x}{M}}\ ; x \in IC$$

Si: $M = \dfrac{\operatorname{sen}^4 x + \operatorname{sen}^2 x . \cos^2 x + \cos^2 x}{1 - \cos^2 x}$

A) tanx B) cotx C) secx

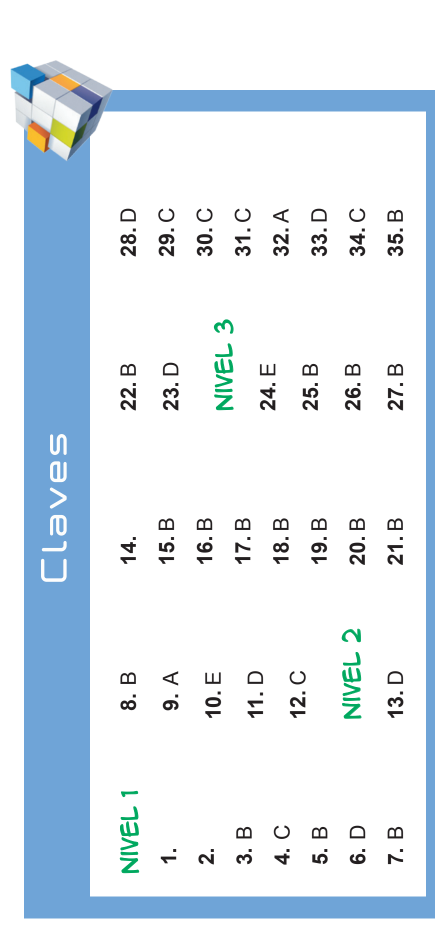
D) cscx E) senx

35. Si: $\alpha + \beta = 90°$; halla el valor de:

$k = (1 + \tan\alpha)(1 + \tan\beta) - 2$

A) $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}$ B) $\sec\alpha . \sec\beta$ C) $\csc\alpha . \csc\beta$

D) $\tan\alpha . \cot\beta$ E) $\sec\alpha . \csc\beta$








TEMA 3: SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

1 ¿A cuántos hectómetros cúbicos equivalen 3500 metros cúbicos?

A) 0,035 hm^3 B) 0,0035 hm^3 C) 0,35 hm^3
D) 3,5 hm^3 E) 35 hm^3

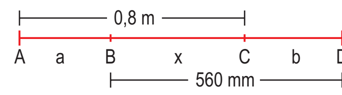
2 ¿A cuántos centímetros cuadrados equivalen 0,001 hectómetro cuadrado?

A) 10^3 cm^3 B) 10^4 cm C) 10^2 cm^2
D) 10^5 cm^2 E) 10^6 cm^2

3 ¿A cuántos decigramos equivalen 0,33 decagramos?

A) 0,3 dg B) 0,33 dg C) 33 dg
D) 3,3 dg E) 330 dg

4 Halla el valor de x, si: a + b = 0,0066 hm



A) 3,8 m B) 0,38 dm C) 350 cm
D) 3,5 m E) 35 cm

5 Un coche A consume aproximadamente 7,5 litros de gasolina cada 100 km y otro auto B gasta 0,082 hectolitros de gasolina. Calcula el combustible utilizado en un viaje Lima-Jauja, si la distancia es de 265 km.

A) 23,875 l B) 31,72 l C) 48,96 l
D) 19,345 l E) 41,605 l

6 Del ejercicio 5. Si el litro de gasolina cuesta S/.15 ¿cuánto gastará el vehículo B en hacer con recorrido de ida y vuelta?

A) S/.651,9 B) S/.670,1 C) S/.475,3
D) S/.395,4 E) S/.792,6

7 En un mercado se observan los siguientes carteles:

0,5 kg de papa S/.0,60	30 dag de arroz S/.1,50	0,8 mag de azúcar S/.12,00	1200 g de fideos S/.2,40

Halla el precio que pagaremos por 400 g de papa, 1,5 kg de arroz, 2 hg de azúcar y 40 dag de fideos.

A) S/.8,5 B) S/.9,08 C) S/.6,75
D) S/.7,35 E) S/.9,48

8 Del problema anterior. ¿Cuántos kg de arroz se puede comprar con S/.18,00?

A) 1,8 kg B) 2,4 kg C) 1,5 kg
D) 3,6 kg E) 4,5 kg

9 En la siguiente tabla se muestra el consumo de agua en un restaurante:

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
10^{-3} dm^3	10^{-6} m^3	1200 mm^3	750 cm^3	10^{-11} hm^3	800 mm^3	10^{-8} dam^3

¿Qué día se consume mayor cantidad de agua?

A) Lunes B) Viernes C) Martes
D) Jueves E) Domingo

10 El área de un comedor, una sala, un dormitorio, una cocina y una cochera es 0,3 dm^2; 4500 dm^2; 500 000 cm^2; 0,006 hm^2 y 80×10^{-6} km^2 respectivamente.
Si una casa de 2 pisos posee: 3 dormitorios, 1 comedor, 1 cocina, 1 cochera y 2 salas. Halla el área total de la casa.

A) 380 m^2 B) 330 m^2 C) 410 m^2
D) 440 m^2 E) 400 m^2

11 Se desea pintar las líneas de seguridad de una carretera de 1200 km. Si un balde de pintura alcanza para 200 hm, 800 dam y 12 000 m. ¿Cuántos baldes serán necesarios para realizar dicho trabajo?

A) 30 B) 45 C) 60
D) 54 E) 28

12 Un grifo echa 12 dal de agua por minuto. Si debe llenar 2 piscinas de 0,48 mal y 3×10^6 cl respectivamente, ¿qué tiempo demorará el grifo en realizar dicho trabajo?

A) 55 min B) 2h 15 min C) 1 h 30 min
D) 1 h 53 min E) 1 h 5 min

13 En el aula de 2.° de secundaria se decide pesar a todos los estudiantes. A continuación se muestra la tabla de pesos registrada en la balanza.

Masa registrada (kg)	n.° de alumnos
[40; 45⟩	4
[45; 50⟩	10
[50; 55⟩	5
[55; 60⟩	7
[60; 65⟩	6
[65; 70]	3

¿Cuántos estudiantes poseen una masa mayor a 5000 dag pero menor a 650 hg?

A) 15 B) 16 C) 18 D) 14 E) 21

14 Del ejercicio anterior. Halla el número de estudiantes que poseen una masa menor a:
$k = 300 \text{ g} + 548 \text{ dag} + 432{,}2 \text{ hg} + 6 \text{ kg}$

A) 19 B) 26 C) 15
D) 14 E) 32

Claves

1. B 2. D 3. C 4. E 5. E 6. A 7. B 8. D 9. D 10. C 11. A 12. E 13. C 14. A

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa las equivalencias para que se cumpla la igualdad.

$4{,}5\ \text{dam}^3 =$	______	m^3
$0{,}0123\ \text{hm}^3 =$	______	dam^3
$3200\ \text{m}^2 =$	______	dam^2
$0{,}03\ \text{km}^2 =$	______	hm^2
23,7 dag =	______	dg
40 g =	______	mg
360 cl =	______	hl
876 dm =	______	km
32,5 m =	______	cm
0,23 hm =	______	mm

2. Escribe la cantidad necesaria para que se cumpla la relación:

27 hg >	______	g
1500 dg <	______	dag
2×10^4 cg =	______	hg
3 l <	______	cl
0,5 hl >	______	dl
$7{,}5 \times 015$ ml <	______	dal
7 dam =	______	cm
1000 dm >	______	km
8×10^5 mm <	______	hm
$400\ \text{cm}^3 >$	______	m^3
$3 \times 10^6\ \text{mm}^3 <$	______	dm^3
$8 \times 10^4\ \text{m}^3 =$	______	dam^3
$7{,}2 \times 10^2\ \text{dm}^2 =$	______	dam^2
$10^6\ \text{mm}^2 <$	______	hm^2
$1\ \text{km}^2 >$	______	dam^2

Razonamiento y demostración

3. ¿Cuántos m resultan de la suma de 2,7 hm y 34,6 dam?

A) 616 m B) 373 m C) 61,6 m
D) 3046 m E) 348,7 m

4. ¿Cuántos dam necesitamos sumar a 800 dm para obtener 0,2 km?

A) 120 dam B) 1,2 dam C) 1200 dam
D) 6 dam E) 12 dam

5. ¿Cuántos cl resultan de sumar 0,3 l y 10^{-5} hl?

A) 30 cl B) 31 cl C) 30,1 cl
D) 10,3 cl E) 13 cl

6. ¿Cuántos l necesitamos sumar a 900 dal para obtener 12 kl?

A) 300 l B) 3000 l C) 30 l
D) 0,3 l E) 300 000 l

7. ¿Cuántos cg resultan de restar 0,02 hg y 300 mg?

A) 17 cg B) 197 cg C) 19,7 cg
D) 170 cg E) 1,7 cg

8. ¿Cuántos dg necesitamos sumar a 0,0003 kg para obtener 0,2 hg?

A) 197 dg B) 170 dg C) 20 dg
D) 100 dg E) 10 dg

9. ¿Cuántos dm^3 resultan de restar 0,000004 hm^3 y 1 m^3?

A) 3900 dm^3 B) 39 dm^3 C) 3000 dm^3
D) 30 dm^3 E) 300 dm^3

10. ¿Cuántos cm^2 hay que restar a 0,004 m^2 para obtener 1000 mm^2?

A) 39 cm^2 B) 3,9 cm^2 C) 3 cm^2
D) 30 cm^2 E) 390 cm^2

Resolución de problemas

11. Un auto recorre 1800 dam cada hora y una moto 90 hm cada 2 horas. Si la moto sale 4 horas antes que el auto. ¿Qué tiempo le tomará al auto alcanzar a la moto?

A) 1 hora B) 1,2 horas C) 1,5 horas
D) 1,8 horas E) 1,3 horas

12. Se desea envasar 1,8 kl de aceite, 500 litros se van a envasar en botellas de 125 cl cada una, 400 litros en botellas de 500 ml cada una y el resto en botellas de 1,5 l.
Calcula el número de botellas que se necesitan de 1,5 l.

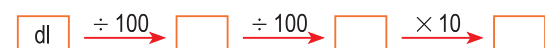
A) 600 B) 450 C) 480
D) 720 E) 960

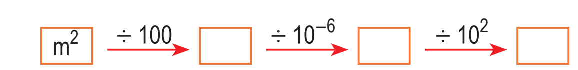
NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Escribe dentro de cada recuadro la unidad que corresponda:







dam	$\div 10$	hm	$\times 1000$	☐	$\times 100$	☐
dl	$\div 100$	☐	$\div 100$	☐	$\times 10$	☐
dg	$\times 10$	☐	$\div 1000$	☐	$\div 10$	☐
m^3	$\times 1000$	☐	$\times 10^{-9}$	☐	$\times 10^{15}$	☐
m^2	$\div 100$	☐	$\div 10^{-6}$	☐	$\div 10^2$	☐

14. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. 43 hm > 3850 m ( )
II. 0,042 dam = 420 cm ( )
III. 0,087 kl < 4350 dl ( )
IV. 365 cl = 3,65 dal ( )
V. 1800 dg > 180 g ( )
VI. 42 dg < 3800 cg ( )
VII. $-0{,}003\ m^3 > 10^8\ mm^3$ ( )
VIII. $-32\ dm^2 < 4800\ mm^2$ ( )

Razonamiento y demostración

15. Un edificio posee una altura de: 2 dam, 36 m y 56 dm. ¿Cuántos cm de altura posee?

A) 6160 cm B) 5600 cm C) 59 160 cm
D) 6360 cm E) 58 260 cm

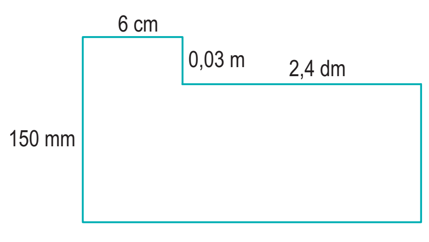
16. Una piscina puede almacenar 40 hl, 365 dal y 250 l de agua. ¿Cuántos dl puede almacenar dicha piscina?

A) 69×10^2 dl B) 79×10^3 dl C) 76×10^3 dl
D) 763×10^2 dl E) 65×10^3 dl

17. Una carnicería vende 2800 hg, 36×10^3 dag y $4{,}28 \times 10^6$ g de carne al día. Halla el número de miriagramos de carne vendidas.

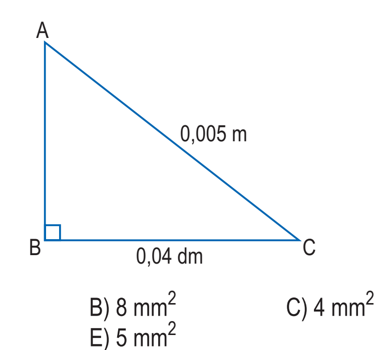
A) 336 B) 410 C) 492
D) 744 E) 816

18. Halla el área total de la figura:



A) 360 cm^2 B) 342 cm^2 C) 408 cm^2
D) 378 cm^2 E) 418 cm^2

19. Halla el área del triángulo ABC.



A) 6 mm^2 B) 8 mm^2 C) 4 mm^2
D) 12 mm^2 E) 5 mm^2

20. Un tonel de aceite almacena 1080 l; 42,6 hl y 37,5 kl
Halla la capacidad total del tonel.

A) 4176 dal B) 3858 dal C) 4284 dal
D) 4326 dal E) 3956 dal

Resolución de problemas

21. Una frutería vende en base a la siguiente cesta de precios:

Plátano	0,05 mag × S/.2,80
Manzana	3000 dg × S/.1,20
Papaya	400 dag × S/.6,40
Naranja	6 hg × S/.2,40

¿Cuánto gastaremos si compramos 5000 g de plátano, 4hg de manzana, 0,1 mag de papaya y 2kg de naranja?

A) S/.31,20 B) S/.39,20 C) S/.41,50
D) S/.36,00 E) S/.37,60

22. Utilizando los datos del problema anterior.
Si la relación de las cantidades compradas de manzanas y papaya es de 2 a 1. ¿Cuántos hg de manzana se compraron, si se gastó un total de S/.14,40?

A) 36 hg B) 28 hg C) 36,2 hg
D) 54 hg E) 30 hg

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. Compara las siguientes cantidades:

$$M = \sqrt{0{,}3\ dm \times 4\ cm + 0{,}02\ m \times 20\ mm}$$

$$N = \frac{0{,}022\ m \times 20\ mm + 0{,}9\ cm \times 0{,}4\ dm}{4 \times 0{,}00005\ dam}$$

A) 2M = N B) M = 3N C) M = N
D) M = 2N E) 3M = 2N

24. De las siguientes proposiciones:

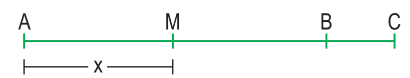
I. 10^{-2} dm = 10 mm
II. 10^4 cl = 10^{-2} mal
III. 10^{-1} dag = 10^2 cg
IV. 10^6 cm^3 = 10 m^3
V. 10^{-4} dam^2 = 10^2 cm^2

Son falsas:

A) I y III B) II y IV C) IV y V
D) I; III y V E) I y IV

Razonamiento y demostración

25. Halla el valor de x, si:



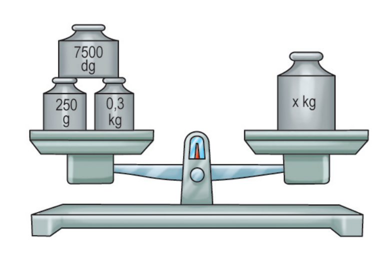
AC = 0,04 dam; BC = 80 mm y M es punto medio de $\overline{AB}$.

A) 0,2 m B) 0,16 m C) 0,32 m
D) 0,5 m E) 0,12 m

26. Un tanque de agua tiene capacidad para 12 dal; 480 l y $0{,}32 \times 10^4$ cl. Si se encuentra lleno hasta sus 3/4 partes. Halla la capacidad que se encuentra vacía.

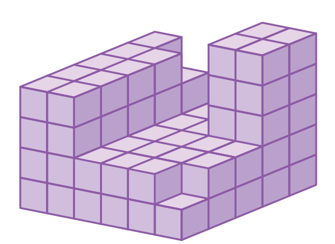
A) 158 l B) 162 l C) 223 l
D) 132 l E) 188 l

27. Si la balanza se encuentra en equilibrio, halla el valor de x.



A) 1,5 kg B) 1,8 kg C) 2,1 kg
D) 1,3 kg E) 2,4 kg

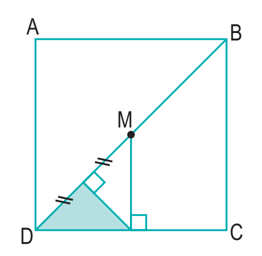
28. Si: ▢ = 10 dm^3



Halla el volumen total de la figura.

A) 9 m^3 B) 99 cm^3 C) 8×10^5 mm^3
D) 0,89 dm^3 E) 0,9 m^3

29. Halla la medida de la superficie sombreada; si: ABCD es un cuadrado de lado 4 cm.



Además M es punto medio de $\overline{BD}$.

A) 10^{-1} dm^2 B) 10^{-2} dm^2 C) 1 dm^2
D) 10 dm^2 E) 0,1 dm^2

30. En un barril se mezcla 4 vinos de las marcas A; B; C y D. Del vino A se agrega 0,33 kl; del B, 1200 dl y del C, 180 l. Si el barril se encuentra lleno hasta sus 7/8 de capacidad. ¿Cuántos hl del vino D debemos agregar para que el barril quede completamente lleno?

A) 0,9 hl B) 1,2 hl C) 0,15 hl
D) 0,8 hl E) 2,1 hl

Resolución de problemas

31. En el siguiente cuadro se muestra las rutas y la respectiva distancia que separa 2 lugares:

	Ruta	Distancia
A – B	1.°	250 km
	2.°	1700 hm
B – C	3.°	32 600 dam
	4.°	4×10^5 m
C – A	5.°	72 mam
	6.°	650 km

Un auto parte de A y recorre la ruta 2.°; 4.° y 6.° retornando a su lugar de origen. ¿Cuántos km más hubiera recorrido si tomaba la ruta 1.°; 4.° y 5.°?

A) 120 km B) 180 km C) 150 km
D) 240 km E) 90 km

32. Un terreno de 75 m de largo y 400 dm de ancho es puesto a venta, recibiendo por esta las siguientes ofertas:

Ofertas	
A	S/.5,00 × 1 m^2
B	S/.0,02 × 1 dm^2
C	S/.36 000 × 1 hm^2

¿Qué oferta es la que genera mayor ganancia?

A) Oferta A B) Oferta B C) Oferta C
D) A y B E) A y C

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3. A
4. E
5. C
6. B
7. D
8. A
9. C
10. D
11. E
12. A

NIVEL 2
13.
14.
15. A
16. B
17. C
18. D
19. A
20. C
21. B
22. E

NIVEL 3
23. C
24. E
25. B
26. A
27. D
28. E
29. B
30. A
31. C
32. A

MARATÓN Matemática

Si $\text{sen}\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$, calcula:

$$K = \left[\frac{\cos^2\theta}{1 - \text{sen}\theta} - 1\right]\cos\theta$$

Resolución:

Sabemos:

$\cos^2\theta = 1 - \text{sen}^2\theta = (1 - \text{sen}\theta)(1 + \text{sen}\theta)$

Reemplazamos en k:

$$K = \left[\frac{(1 - \text{sen}\theta)(1 + \text{sen}\theta)}{(1 - \text{sen}\theta)} - 1\right]\cos\theta$$

$K = (1 + \text{sen}\theta - 1)\cos\theta = \text{sen}\theta\cos\theta$

De la condición:

$(\text{sen}\theta + \cos\theta)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\text{sen}^2\theta + 2\text{sen}\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{4}$

$2\text{sen}\theta\cos\theta = -\frac{3}{4}$

$\text{sen}\theta\cos\theta = -\frac{3}{8}$

$\therefore\ k = -\frac{3}{8}$

1. Simplifica la siguiente expresión:

$$M = \frac{\cos x}{\cos x - \sec x} + \tan^2 x$$

A) $\tan^2 x$ B) $\tan^2 x + 1$ C) 0

D) –1 E) $\sec^2 x$

2. Si: $\text{sen}^2 x + \csc^2 x = 3$

Calcula: $R = \csc x - \text{sen} x$; $(R > 0)$

A) 1 B) 1 C) 0

D) –2 E) $\frac{1}{2}$

3. Si: $\cos\theta - \cot\theta = 1$

Calcula: $\tan\theta - \sec\theta$

A) –1 B) 1 C) 0

D) –2 E) $-\frac{1}{2}$

4. Calcula al valor de:

$$M = \frac{\cos 91° + \cos 92° + ... + \cos 95°}{\text{sen}1° + \text{sen}2° + ... + \text{sen}5°}$$

A) 5 B) 0 C) 1

D) –1 E) –5

5. Calcula:

$$R = \sec\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \csc(2\pi + \theta)$$

A) $2\sec\theta$ B) $-2\sec\theta$ C) 1

D) –1 E) 0

6. Simplifica la siguiente expresión:

$$P = \sqrt{2}\,\text{sen}315° + 5\cos397°$$

A) 2 B) 3 C) 1

D) 0 E) –1

7. Calcula:

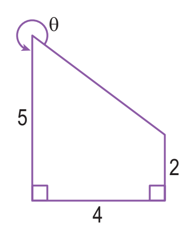
$$k = \text{sen}(5\pi - \theta) + \text{sen}(7\pi + \theta)$$

A) $-\text{sen}\theta$ B) θ C) $\text{sen}\theta$

D) $2\text{sen}\theta$ E) $-2\text{sen}\theta$

8. Del gráfico.

Calcula: $\tan\theta$



A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $-\frac{5}{4}$

D) $\frac{5}{4}$ E) $-\frac{4}{3}$

9. Si:

$$\text{sen}\theta = \frac{\text{sen}127°\tan 151°}{\tan 209°}$$

Halla θ:

A) 37° B) 45° C) 53°

D) 29° E) 30°



Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra en cada fila, columna o cuadrado.

1.

4		8	2	5				
	6					1		2
2	7	9	6			5	3	
	2	3						5
		7	5		2	4		
5						7	2	
	5	1			6	3	7	8
6		4					5	
				8	5	6		9

2.

		3	9		8	4	6	
				6				
6		1			5	3	8	
		9	2					4
	8			3			5	
5					4	6		
	2	5	7			1		9
				4				
	1	7	5		3	2		

3.

	3		1			7		2
					3			1
9		8		5	7			
7				6			2	4
			4		1			
1	2			7				3
			5	4		6		7
8			7					
2		7			9		1	

4.

5					2		8	
4	2	8	3					7
		3						6
		2	1					
1			5		6			4
					3	9		
3						5		
7					1	4	6	2
	1		7					3

5.

1	5		4					9
				9	7			2
			2			3		4
		6	9		1			
	1						7	
			8		5	1		
2		7			6			
8			5	4				
5					9		3	1

6.

	1		8		3		9	
9				4				3
	8			1			5	
	2			6			3	
	5	7	2		8	9	1	
	4			9			7	
	3			7			6	
8				5				9
	9		3		1		2	

7.

1		5				2		7
	8			4				
			6			3		
6		9		1	4			
		2	9	6	8	1		
			2	3		9		4
		1			5			
				8			3	
3		7				4		5

8.

	3		7	9				
							1	
2			3			7		5
	5							9
3			8		4			2
7							4	
5		1			9			7
	4							
		9		4	1		6	

RESPUESTAS:

1.

4	1	8	2	5	3	9	6	7
3	6	5	9	4	7	1	8	2
2	7	9	6	1	8	5	3	4
1	2	3	7	6	4	8	9	5
8	9	7	5	3	2	4	1	6
5	4	6	8	9	1	7	2	3
9	5	1	4	2	6	3	7	8
6	8	4	3	7	9	2	5	1
7	3	2	1	8	5	6	4	9

2.

2	5	3	9	7	8	4	6	1
7	4	8	3	6	1	9	2	5
6	9	1	4	2	5	3	8	7
3	6	9	2	5	7	8	1	4
1	8	4	6	3	9	7	5	2
5	7	2	8	1	4	6	9	3
4	2	5	7	8	6	1	3	9
9	3	6	1	4	2	5	7	8
8	1	7	5	9	3	2	4	6

3.

5	3	6	1	8	4	7	9	2
4	7	2	6	9	3	8	5	1
9	1	8	2	5	7	3	4	6
7	8	9	3	6	5	1	2	4
6	5	3	4	2	1	9	7	8
1	2	4	9	7	8	5	6	3
3	9	1	5	4	2	6	8	7
8	4	5	7	1	6	2	3	9
2	6	7	8	3	9	4	1	5

4.

5	6	1	4	7	2	3	8	9
4	2	8	3	6	9	1	5	7
9	7	3	8	1	5	2	4	6
8	4	2	1	9	7	6	3	5
1	3	9	5	8	6	7	2	4
6	5	7	2	4	3	9	1	8
3	9	4	6	2	8	5	7	1
7	8	5	9	3	1	4	6	2
2	1	6	7	5	4	8	9	3

5.

1	5	2	4	6	3	7	8	9
3	4	8	1	9	7	6	5	2
6	7	9	2	5	8	3	1	4
7	8	6	9	3	1	4	2	5
9	1	5	6	2	4	8	7	3
4	2	3	8	7	5	1	9	6
2	9	7	3	1	6	5	4	8
8	3	1	5	4	2	9	6	7
5	6	4	7	8	9	2	3	1

6.

5	1	4	8	2	3	6	9	7
9	6	2	5	4	7	1	8	3
7	8	3	9	1	6	4	5	2
1	2	9	7	6	4	5	3	8
6	5	7	2	3	8	9	1	4
3	4	8	1	9	5	2	7	6
2	3	5	4	7	9	8	6	1
8	7	1	6	5	2	3	4	9
4	9	6	3	8	1	7	2	5

7.

1	6	5	8	9	3	2	4	7
9	8	3	7	4	2	5	1	6
7	2	4	6	5	1	3	9	8
6	3	9	5	1	4	8	7	2
4	7	2	9	6	8	1	5	3
5	1	8	2	3	7	9	6	4
8	4	1	3	7	5	6	2	9
2	5	6	4	8	9	7	3	1
3	9	7	1	2	6	4	8	5

8.

1	3	5	7	9	6	8	2	4
9	8	7	4	2	5	3	1	6
2	6	4	3	1	8	7	9	5
4	5	8	1	7	2	6	3	9
3	9	6	8	5	4	1	7	2
7	1	2	9	6	3	5	4	8
5	2	1	6	3	9	4	8	7
6	4	3	2	8	7	9	5	1
8	7	9	5	4	1	2	6	3



Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra en cada fila, columna o cuadrado.

1.

8	4							1
			8	6				4
		6			9		3	7
			5		8		9	
1	5		4		3		7	6
	2		1		6			
4	8		6			3		
3				1	7			
2							6	5

2.

			3	2		7		
1		6			8		5	
		9					1	
			2			3	7	
	6	1				5	9	
	5	2			7			
	4					8		
	2		7			6		1
		5		8	3			

3.

9			8		2			
	6	1			9	2		
			5		4	7	6	9
		6			5			
	9	8	6		3	1	2	
			1			3		
8	5	3	4		1			
		4	2			9	5	
			7		6			8

4.

	9	5		2		8		
						3		9
3	8			4				6
			6	1	2			
2		8	3	7	4	6		1
			8	5	9			
5				6			4	2
8		7						
		9		3		7	5	

5.

8				1	7		6	
4		7		6	5			
9		5		8		3	1	
3			2					1
	7						4	
5					4			8
	8	6		7		5		4
			5	4		2		6
	5		6	2				9

6.

	4		2				3	7
6				9			1	
		9	7		1			8
	7					6	4	
		6				3		
	3	5					7	
9			4		8	7		
	5			2				6
8	1				9		5	

7.

				5			7	2
		4		7		9		8
		5	9		8	1	4	
3	9	7						
			7	4	3			
						3	1	7
	3	1	4		7	2		
6		9		2		7		
5	7			3				

8.

	6						5	
7			6	3	5			4
	5	9		4		1	2	
	1	3		6		2	9	
6			7		9			8
	7						4	
	3	7	4		6	8	1	
			2	7	8	3		
2								9

Respuestas:

1.

8	4	9	7	3	5	6	2	1
7	3	2	8	6	1	9	5	4
5	1	6	2	4	9	8	3	7
6	7	4	5	2	8	1	9	3
1	5	8	4	9	3	2	7	6
9	2	3	1	7	6	5	4	8
4	8	7	6	5	2	3	1	9
3	6	5	9	1	7	4	8	2
2	9	1	3	8	4	7	6	5

2.

5	8	4	3	2	1	7	6	9
1	7	6	9	4	8	2	5	3
2	3	9	5	7	6	4	1	8
4	9	8	2	1	5	3	7	6
7	6	1	8	3	4	5	9	2
3	5	2	6	9	7	1	8	4
9	4	7	1	6	2	8	3	5
8	2	3	7	5	9	6	4	1
6	1	5	4	8	3	9	2	7

3.

9	4	7	8	6	2	5	1	3
5	6	1	3	7	9	2	8	4
3	8	2	5	1	4	7	6	9
1	3	6	9	2	5	8	4	7
7	9	8	6	4	3	1	2	5
4	2	5	1	8	7	3	9	6
8	5	3	4	9	1	6	7	2
6	7	4	2	3	8	9	5	1
2	1	9	7	5	6	4	3	8

4.

6	9	5	1	2	3	8	7	4
7	1	4	5	8	6	3	2	9
3	8	2	9	4	7	5	1	6
9	2	7	6	1	2	4	8	5
2	5	8	3	7	4	6	9	1
1	4	6	8	5	9	2	3	7
5	3	1	7	6	8	9	4	2
8	2	7	4	9	5	1	6	3
4	6	9	2	3	1	7	5	8

5.

8	2	3	9	1	7	4	6	5
4	1	7	3	6	5	8	9	2
9	6	5	4	8	2	3	1	7
3	4	8	2	9	6	7	5	1
6	7	2	8	5	1	9	4	3
5	9	1	7	3	4	6	2	8
2	8	6	1	7	9	5	3	4
1	3	9	5	4	8	2	7	6
7	5	4	6	2	3	1	8	9

6.

5	4	1	2	8	6	9	3	7
6	8	7	3	9	5	2	1	4
3	2	9	7	4	1	5	6	8
1	7	8	9	3	2	6	4	5
4	9	6	5	1	7	3	8	2
2	3	5	8	6	4	1	7	9
9	6	3	4	5	8	7	2	1
7	5	4	1	2	3	8	9	6
8	1	2	6	7	9	4	5	3

7.

9	8	3	1	5	4	6	7	2
1	6	4	3	7	2	9	5	8
7	2	5	9	6	8	1	4	3
3	9	7	5	1	6	8	2	4
2	1	8	7	4	3	5	9	6
4	5	6	2	8	9	3	1	7
8	3	1	4	9	7	2	6	5
6	4	9	8	2	5	7	3	1
5	7	2	6	3	1	4	8	9

8.

4	6	8	9	2	1	7	5	3
7	2	1	6	3	5	9	8	4
3	5	9	8	4	7	1	2	6
8	1	3	5	6	4	2	9	7
6	4	2	7	1	9	5	3	8
9	7	5	3	8	2	6	4	1
5	3	7	4	9	6	8	1	2
1	9	4	2	7	8	3	6	5
2	8	6	1	5	3	4	7	9

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344